# 第一章

粒子数密度 $N=\frac{\rho}{M/N_A}$

微分散射截面 $\frac{d\sigma}{d\Omega}=(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})^2\ (\frac{zZ}{4E})^2\ \frac{1}{sin^4\frac{\theta}{2}}$

散射概率 $\frac{dn}{n}=d\sigma\cdot N\cdot t$

散射截面 $d\sigma=2\pi b|db|$

瞄准距离 $b=\frac{D}{2}cot\frac{\theta}{2}$

最小距离 $r_m=\frac{b}{2}(1+\frac{1}{sin\frac{\theta}{2}})$

精细结构常数 $\alpha=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\approx\frac{1}{137}$

波尔半径 $a_0=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}\approx 0.53\ \text{Å}$

轨道速度 $v_n=\alpha c\frac{Z}{n}$

轨道半径 $r_n=a_0\frac{n^2}{Z}$

轨道能量 $E_n=E_H\frac{Z^2}{n^2}$

共振线波长 $\lambda=\frac{hc}{E}$

约化质量里德堡常数 $R_M=R_\infty\frac{1}{1+\frac{m}{M}}$

约化质量修正轨道半径 $r_n=a_0\frac{n^2}{Z}\frac{m}{\mu}$

约化质量修正的能量 $E_n=13.6\ eV\cdot\frac{Z^2}{n^2}\frac{\mu}{m}$

约化质量修正的里德伯常量 $R_\mu=Z^2R_\infty\frac{\mu}{m}$

**1.3 一窄束动能为 100keV 的质子垂直地入射在厚度为 1.0 mg/cm$^2$ 的金箔上，计数器记录以 60°角散射的质子。计数器圆形输入孔的面积为 1.0 cm$^2$，它到金箔散射区的距离保持 10cm，输入孔垂直对着射到它上面的质子。试求射进计数器的质子的百分数（金 Au：A=197，Z=79，ρ=1.93×10$^4$kg/m$^3$）。**

解：

N 为粒子数体密度，则 Nt 为粒子数面密度，由密度和单原子质量可得粒子数密度。

$$Nt=\frac{1mg/cm^2}{197g/N_A\text{个}}=3.06\times10^{18}\text{个}/cm^2$$

Yihao Yan

单位立体角内微分散射截面

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})^2 (\frac{zZ}{4E})^2 \frac{1}{sin^4\frac{\theta}{2}} = 1.29\times 10^{-24}\, m^2$$

其中，E=100$E = 100\times 10^3 \times 1.6\times 10^{-19}\, J$

截面积

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega}\,\Delta\Omega = 1.29\times 10^{-26}\, m^2$$

其中$\Delta\Omega = 1\mathrm{cm}^2/(10cm\times 10cm) = 0.01$

散射截面定义为入射粒子被一个靶原子散射到$\theta$方向$d\Omega$的概率，则入射百分数为

$$\frac{dn}{n} = d\sigma\cdot N\cdot t = 0.039\%$$

**1.4 动能 T=1.20 MeV 的质子和金原子核散射，散射在从 $\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{3}}$ 到 $\boldsymbol{\pi}$ 的角间隔内，试计算与此相应的散射截面。**

解：

散射截面

$$\sigma = \int d\sigma = \int 2\pi b|db| = 2\pi\frac{1}{2}b^2\Bigg|_{\frac{D}{2}cot\frac{\pi/3}{2}}^{\frac{D}{2}cot\frac{\pi}{2}} = \frac{3}{4}\pi D^2 = 2.11\times 10^{-26}\, m^2$$

1 靶恩(b) =$10^{-24}\, cm^2$, 则$\sigma = 211$ b

**1.5 一束动能为 1.0MeV 的强度为 3.6x10$^4$ 个/秒的 α 粒子，垂直地射在厚度为 1.0 μm 的金箔上，试求 10min 内被金原子散射到下列角间隔里的 α 粒子数目。**

**（1） 59°~61°**

**（2） $\boldsymbol{\theta > \theta_0 = 60°}$**

**（3） $\boldsymbol{\theta < \theta_0 = 10°}$**

解：

散射概率

$$\frac{dn}{n} = d\sigma\cdot N\cdot t$$

其中

$$\sigma = \int d\sigma = \int 2\pi b|db| = \pi b^2\Bigg|_{\frac{D}{2}cot\frac{\theta_1}{2}}^{\frac{D}{2}cot\frac{\theta_2}{2}}$$

$$Nt = \frac{\rho}{M/N_A}t$$

(1) $\theta_2 = 61°$,$\theta_1 = 59°$,$\frac{dn}{n} = 5.8\times 10^{-4}$,$\Delta n = \frac{dn}{n}\cdot 3.6\mathrm{x}10^4\cdot 10min = 1.25\,\mathrm{x}10^4$

Yihao Yan

(2) $\theta_2 = 180°, \theta_1 = 60°, \Delta n = 1.55\,\text{x}10^5$
(3) $\theta_2 = 10°, \theta_1 = 0°$，积分发散，求$10°\sim180°$数目，再用总数减去，得$\Delta n_{10°\sim180°} = 6.75\times10^6$，$\Delta n_{0°\sim10°} = 1.48\times10^7$

**1.2 动能 T=0.87 MeV 的质子轰击静止的汞核，当散射角$\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{2}}$时，求它们之间的最小距离和瞄准距离。**

解：

$$D = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{zZ}{E} = 1.32\times10^{-13}$$

瞄准距离

$$b = \frac{D}{2}cot\frac{\theta}{2} = 0.66\times10^{-13}\ m$$

最小距离

$$r_m = \frac{b}{2}(1+\frac{1}{sin\frac{\theta}{2}}) = 1.59\times10^{-13}\ m$$

**1.6 对于氢原子、He+、Li++,若认为原子核是不动的，试计算**
**（1）前两个波尔轨道的半径及电子在这些轨道上的速度**
**（2）电子在基态的动能和它的结合能**
**（3）第一激发电势及共振线（指第一激发态和基态间的跃迁辐射）的波长**

解：
精细结构常数

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\approx\frac{1}{137}$$

波尔半径

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}\approx 0.53\ \text{Å}$$

轨道速度

$$v_n = \alpha c\frac{Z}{n}$$

轨道半径

$$r_n = a_0\frac{n^2}{Z}$$

轨道能量

$$E_n = E_H\frac{Z^2}{n^2}$$

共振线波长

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

Yihao Yan

(1) Z=1 $r_1$ =0.53Å $v_1 = 2.2 \times 10^6 m/s$ $r_2 = 2.12$Å $v_2 = 1.1 \times 10^6 m/s$
Z=2 $r_1$ =0.26Å $v_1 = 4.4 \times 10^6 m/s$ $r_2 = 1.06$Å $v_2 = 2.2 \times 10^6 m/s$
Z=3 $r_1$ =0.18Å $v_1 = 6.6 \times 10^6 m/s$ $r_2 = 0.71$Å $v_2 = 3.3 \times 10^6 m/s$

(2) 基态动能与结合能相等

Z=1 $E_K = 13.6\ eV$ $E_{结合} = 13.6\ eV$

Z=2 $E_K = 54.4\ eV$ $E_{结合} = 54.4\ eV$

Z=3 $E_K = 122.4\ eV$ $E_{结合} = 122.4\ eV$

(3) 第一激发电势为 3/4 $E_{结合}$
Z=1 $E_1 = 10.2\ eV$ $\lambda = 121.6\ nm$
Z=2 $E_1 = 40.8 eV$ $\lambda = 30.4\ nm$
Z=3 $E_1 = 91.8\ eV$ $\lambda = 13.5\ nm$

**1.7 已知氢原子的电离能为 13.6 eV. 试求B++++类氢离子从 n=2 能级跃迁到 n=1 的辐射能量.**

解:

$$E_n = E_H \frac{Z^2}{n^2}$$

$$\Delta E = E_H Z^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 255\ eV$$

**1.8 已知氢原子的巴耳末系及 $He^+$的毕克林系的线系限为 2741940 $m^{-1}$ 和 2743059 $m^{-1}$，求质子与电子质量之比。**

解:

H 原子巴尔末系：跃迁到 n=2，H 原子 1 个质子质量 M
He+原子毕克林系：跃迁到 n=2，He+原子 4 个质子质量 4M
约化质量里德堡常数：

$$R_H = R_\infty \frac{1}{1 + \frac{m}{M}}$$

$$R_{He} = R_\infty \frac{1}{1 + \frac{m}{4M}}$$

$$\frac{1 + \frac{x}{4}}{1 + x} = \frac{2741940}{2743059}$$

$$x = 5.4421 \times 10^{-4}$$

$$\frac{M}{m} = 1837.5$$

**1.9 能量为 6.0 MeV 的质子束被金箔散射,其中有 $1.0 \times 10^{-4}$ 的入射质子的散射角大于 60°,求金箔**

**的厚度.**

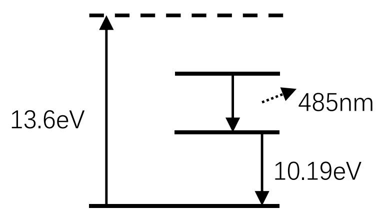
解：

$$\frac{dn}{n} = d\sigma \cdot N \cdot t = N \cdot t \cdot 2\pi \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} (\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})^2 (\frac{zZ}{4E})^2 \frac{1}{sin^4\frac{\theta}{2}} sin\theta d\theta = 1.0 \times 10^{-4}$$

t=2.03 μm

**1.10 当氢原子跃迁到激发能为 10.19 eV 的状态时,发射一个 485 nm 的光子,试确定初始能态的结合能.**

解：




$$E_{光子} = \frac{1240eV \cdot nm}{485nm} = 2.56eV$$

$$E_{初态} = 13.6 - 2.56 - 10.19 = 0.85eV$$

**1.11 某种类氢离子的光谱中,已知属于同一线系的三条谱线的波长分别为 99.2 nm、108.5 nm 和 121.5 nm. 试问还可以预言哪些光谱线？**

解：

R=1.097×$10^7$ $m^{-1}$

$\frac{\tilde{\nu}}{R}$分别为：0.9189, 0.8401, 0.7503

$$\tilde{\nu} = R(1 - \frac{1}{k^2}), k = 3.5, 2.5, 2$$

Z=偶数的类氢离子都可能有这三条谱线，可能性最大 Z=2

n=4,5,7，可以预言 n=3，$\lambda = 164.1\,nm$；n=6，$\lambda = 102.5\,nm$

**1.12 若氢原子被激发到 n = 10 的能级, 试问氢可能发射出多少条谱线？**

解：

10 取 2

$$C_2^{10} = 45$$

**1.14 对于一个正电子和负电子所组成的原子体系(电子偶素),试求出：**

**(1) 在基态时粒子之间的距离;**

Yihao Yan

**(2) 电离电势和第一激发电势;**

**(3) 里德伯常量和共振线(指第一激发态和基态间的跃迁辐射)的波长.**

解：

电子偶素，Z=1, μ=1/2 $m_e$

(1) $r_n = a_0 \frac{n^2}{Z}\frac{m}{\mu} = 2a_0 = 0.106\ nm$

(2) $E_n = 13.6\ eV \cdot Z^2 \frac{\mu}{m}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$，电离电势 n=1 到 n=∞, 6.8V，第一激发电势 n=1 到 n=2，5.1V

(3) $R_\mu = Z^2 R_\infty \frac{\mu}{m} = 0.548 \times 10^7\ m^{-1}$，$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1242\ eV \cdot nm}{5.1eV} = 243\ nm$

**1.15 若有一个质量为 207 $m_e$, 负电荷的 μ 介子和 Z=1 的原子核组成一个原子,试计算：**

**(1) 基态时 μ 介子和核之间的距离;**

**(2) 当原子核是质子和氘($^2H$)核时,原子基态的能量.**

解：

(1) 质子质量约为电子的 1836 倍，则约化质量

$$\mu = \frac{207 \times 1836}{207 + 1836} m_e$$

$$r_1 = a_0 \frac{1^2}{Z}\frac{m}{\mu} = 2.85 \times 10^{-4}\ nm$$

(2) $E_n = -13.6\ eV \cdot \frac{Z^2}{n^2}\frac{\mu}{m}$, Z=1

质子：

$$\mu = \frac{207 \times 1836}{207 + 1836} m_e$$

$$E_1 = -2530\ eV$$

氘核：

$$\mu = \frac{207 \times 1836 \times 2}{207 + 1836 \times 2} m_e$$

$$E_1 = -2665\ eV$$

**1.16 设氢原子原来是静止的，求当由 n=4 的态直接跃迁到 n =1 的态时原子的反冲速度、发射光子的波长，并给出与不考虑反冲时光子的波长的差别.**

解：

总能量来自跃迁

$$E_0 = 13.6\ eV \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2}\right) = 12.75\ eV$$

能量守恒

$$E_0 = E_p + E_R \quad ①$$

Yihao Yan

动量守恒

$$p_p = p_R$$

原子核能量

$$E_R = \frac{{p_R}^2}{2M} = \frac{{p_p}^2}{2M} = \frac{{E_p}^2}{2Mc^2} \quad ②$$

$E_R$很小，认为$E_0 \approx E_p$，代入②式

$$E_R = \frac{{E_0}^2}{2Mc^2}$$

则反冲速度

$$v_R = \frac{E_0}{Mc} = 4.1\ m/s$$

则光子能量

$$E_p = E_0 - \frac{{E_0}^2}{2Mc^2}$$

不考虑反冲，则$E_p = E_0$，$\lambda = \frac{hc}{E_0} = 97.4\ nm$

考虑反冲，$\Delta E = \frac{{E_0}^2}{2Mc^2}$，对$\lambda = \frac{hc}{E}$取微分得$\Delta\lambda = \frac{hc}{E^2}\Delta E = \frac{hc}{{E_0}^2}\frac{{E_0}^2}{2Mc^2} = 6.6 \times 10^{-16}\ m$

# 第二章

光子能量 $E = \frac{hc}{\lambda}$

康普顿散射 $\nu' = \frac{\nu}{1+\frac{h\nu}{mc^2}(1-\cos\theta)}$

康普顿散射 $\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta)$

德布罗意波长 $\lambda = \frac{h}{p}$

不确定关系$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$

最小能量（一维无限深势阱） $E = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2} \geq \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$

最小能量（经典近似极限） $E = \frac{p^2}{2m} \geq \frac{\hbar^2}{2m\Delta x^2}$

最小能量（海森堡极限，原理性极限） $E = \frac{p^2}{2m} \geq \frac{\hbar^2}{8m\Delta x^2}$

透入距离（1/e 衰减） $\frac{1}{k} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(V_0-E)}}$

薛定谔动能 $E_k u(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$

Yihao Yan

定态薛定谔方程 $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi+V\Psi=\mathrm{E}\Psi$

一维谐振子能量 $E_n=(n+\frac{1}{2})\hbar\omega$

能量时间不确定关系（能级自然展宽） $\Delta E=\frac{\hbar}{\Delta t}$

**2.1 氦氖激光器发出波长为 632.8 nm 的红光,求激光束中光子的能量.**

解：

$$E=\frac{hc}{\lambda}=1.96\ \mathrm{eV}$$

**2.2 钾的功函数为 2.2 eV,用波长 350.0 nm 的紫外光照射钾表面,计算光电子的最大动能值.**

解：

紫外光→钾脱出功→电子动能

$$紫外光\,E_{紫外}=\frac{hc}{\lambda}=3.54\ \mathrm{eV}$$

$$电子动能\,E_{电子}=E_{紫外}-W_{钾}=1.34\ \mathrm{eV}$$

**2.3 (1) 若一个 100 MeV 的光子被一个质子散射, 计算在 90° 方向散射光子的能量;**
**(2) 求反冲质子的速度(质子的静止能量为 938.26 MeV).**

解：

(1) $\nu'=\frac{\nu}{1+\frac{h\nu}{mc^2}(1-\cos\theta)}$， $mc^2=938.26MeV$，用 MeV 单位计算，得

$$E=h\nu'=90.4\ MeV$$

(2) 质子能量由能量守恒求得 E=100-90.4=9.6MeV，

$$v=\sqrt{\frac{2E}{M}}=\sqrt{\frac{2E}{Mc^2}}c=0.14c=4.2\times10^7\ m/s$$

**2.4 波长为 0.071 nm 的 X 射线光子被自由电子散射到 135 散射角,求散射光子的能量.**

解：

康普顿散射波长变化

$$\Delta\lambda=\frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta)=0.004\ nm$$

散射光子波长为 0.071+0.004=0.075nm

能量 E=1242eV·nm/0.075nm=16.5 keV

**2.5 计算下列粒子的德布罗意波长;**

Yihao Yan

**(1) 50 eV 的光子;**
**(2) 动能为 50 eV 的电子;**
**(3) 动能为 50 eV 的中子(中子的静止能为 940 MeV).**

解:

(1) $\lambda = \frac{hc}{E_p} = 24.8\ nm$

(2) $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_e}} = 0.174\ nm$

(3) $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2ME_n}} = \frac{hc}{\sqrt{2E_M E_n}} = \frac{1240}{\sqrt{2\times940\times10^6\times50}} = 0.004\ nm$

**2.6 气体分子在室温下的动能为 0.025 eV, 请计算室温下氢分子的德布罗意波长, 设氢分子的静止能为 1877 MeV.**

解:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2ME_H}} = 0.13\ nm$$

**2.7 (1) 显微镜可以分辨的最小线间隔, 原则上约等于照射光的波长，一般电子显微镜的电子束能量为 50 keV. 计算这种电子显微镜的最高分辨本领.**
**(2) 计算动能为 12.4 GeV (1 GeV= $10^9$eV) 电子的德布罗意波长.**

解:

(1) $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} = 5.48\times10^{-3}\ nm$

(2) $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - m^2c^4}} = 10^{-7}\ nm$

**2.8 同时确定一个 15 eV 的电子的位置和动量,若位置的误差为 0.1 nm, 试求动量的不确定量.**

解:

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{2\Delta x} = 5.27\times10^{-25} = 987\ eV/c$$
$$\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x} = 5.27\times10^{-25} = 12.4\ keV/c$$

**2.9 下列各粒子限制在线度 L 的一维盒中, 请利用海森伯不确定关系式估计它们具有的最小动能;**
**(1) 电子限制在 L=1Å 的盒子中;**
**(2) 电子限制在 L= 10 fm(原子核尺寸)的盒子中,1 fm=$10^{-15}$m;**
**(3) 中子(静止能量为 940 MeV) 限制在 L= 10 fm 的盒子中;**
**(4) 质量为 m= $10^{-6}$ g 的粒子限制在 L= $10^{-6}$ m 的盒中.**

Yihao Yan

解：

最小能量 1：

$$E=\frac{p^2}{2m}\geq\frac{\hbar^2}{2m\Delta x^2}$$

最小能量 2：

$$E=\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}\geq\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$$

最小能量 3：

$$E=\frac{p^2}{2m}\geq\frac{\hbar^2}{8m\Delta x^2}$$

(1) 150eV, 37.6eV, 0.952eV
(2) 15GeV, 3.75GeV, 95MeV
(3) 8.1MeV, 2MeV, 51keV
(4) $2.2\times10^{-46}$ J, $5.5\times10^{-47}$ J, $1.39\times10^{-48}$ J

**2.10 金属中的电子在近表面处所受到的势场可近似为阶跃势场，试估算铜中的自由电子的透入距离(设铜的功函数为 4eV).**

解：

$$\frac{1}{k}=\frac{\hbar}{\sqrt{2m(V_0-E)}}=9.76\times10^4\,fm$$

**2.11 质量为 m 的粒子在一无限深势阱中运动，它的能量本征函数 u(x) = sin*kx* ,试计算它的非相对论动能.**

解：

$$E_k u(x)=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x)=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$$

**2.12 质量为 m 的粒子在一维势场 $\boldsymbol{V(x)=\frac{1}{2}m\omega^2x^2}$ 中运动.**

**(1)** 写出它的定态薛定谔方程;

**(2)** 已知它的哈密顿算符的本征函数为

$$\boldsymbol{u_0(x)=e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}}$$

$$\boldsymbol{u_1(x)=2\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}xe^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}}$$

试计算每个本征函数的能量本征值;

**(3)** 试由不确定关系, $\boldsymbol{\Delta x\Delta p\approx\frac{\hbar}{2}}$, 证明粒子的最低能量≈ $\boldsymbol{\frac{1}{2}\hbar\omega}$

解：

Yihao Yan

(1) $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\Psi=\mathrm{E}\Psi$

(2) $-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\left(-\frac{m\omega}{\hbar}x\right)^2+\left(-\frac{m\omega}{\hbar}\right)\right]\Psi+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\Psi=\frac{\hbar\omega}{2}\Psi=E_0\Psi$

$$E_1=\frac{3\hbar\omega}{2}$$

(3) $\Delta x\Delta p=\frac{\hbar}{2}, E=\frac{p^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\geq 2\sqrt{\frac{p^2}{2m}\times\frac{1}{2}m\omega^2x^2}=px\omega=\frac{1}{2}\hbar\omega$

**2.13 氢原子的 $2p_{\frac{3}{2}}$ 态的平均寿命是 $1.6\times10^{-9}$ s, 试求这个状态能量的不确定量 (能级的自然宽度).**

$$\Delta E=\frac{\hbar}{\Delta t}=6.59\times10^{-26}\,J=4.11\times10^{-7}\,eV$$

**2.14 假如电子被束缚在一个宽度为 1Å 的无限深势阱中, 试计算它处在最低的三个能态的能量.**

解:

$$E_n=\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$$

能量 $E_1=6.1\times10^{-18}\,J, E_2=2.42\times10^{-17}\,J, E_3=5.45\times10^{-17}\,J$

$E_1=38\,eV, E_2=151\,eV, E_3=340\,eV$

**2.15 分别以波长为 5000Å 和 0.1Å 的光照射到某金属上, 求 $\theta=90°$ 方向上的康普顿散射光的波长.**

$$\Delta\lambda=\frac{h}{m_ec}(1-\cos\theta)=0.0024\,nm$$

波长分别为 500.0024nm, 0.0124nm

**2.16 粒子相应的约化康普顿波长表示为 $\lambda_c=\frac{\hbar}{mc}$, m 是粒子的静止质量. 电子的经典半径 $r_e=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0m_ec^2}$, 其中 $m_e$ 是电子的静止质量, e 是电子的电荷.**

**(1) 计算电子的约化康普顿波长及经典半径和氢原子的玻尔半径之比, 即 $\frac{\lambda_c}{a_0}$, $\frac{r_e}{a_0}$, 并以 $\hbar, c, e$ 表示;**

**(2) 已知精细结构常数 $\alpha=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\approx\frac{1}{137}$, 请给出 $\lambda_c$ 和 $r_e$ 的数值. 已知玻尔半径 $a_0=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}\approx 0.53$ Å**

**(3) 计算 $\pi$ 介子的康普顿波长($\pi$ 介子的静止质量为 140 MeV/c$^2$).**

Yihao Yan

解：

(1) $a_0=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}$,

$\frac{\lambda_0}{a_0}=\frac{\hbar}{mc}\frac{me^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}=\alpha$, $\frac{r_e}{a_0}=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2}\frac{me^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}=(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c})^2=\alpha^2$

(2) $\lambda_c=\alpha a_0=390\ fm, r_e=\alpha^2 a_0=2.8\ fm$

(3) $\lambda_c=\frac{\hbar}{m_\pi c}=1.41\ fm$

**2.17 在大气层上部由于太阳光子的作用氧分子解离为两个氧原子. 光子能引起氧解离的最长波长为$\boldsymbol{\lambda=1.75\times 10^{-7}m}$. 求氧分子的束缚能.**

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{1240\ eV\cdot nm}{175\ nm}=7.08\ eV=1.1\times 10^{-18}\ J$$

**2.18 人的裸眼能察觉黄光的极限是视网膜接受到的功率为 1.8×$10^{-18}$ W. 黄光的波长约 6000 Å. 求此情况下每秒落在视网膜上的光子数目.**

$$n=\frac{P}{E}=\frac{P}{\frac{hc}{\lambda}}=5.4\ 个/秒$$

**2.20 设一个电子在离质子很远处是静止的, 在与质子的库仑作用下向质子靠近. 求当电子距质子 1 m 和 0.5 Å 处时, 它相应的德波罗意波长.**

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

动能完全来源于电磁势能

$$E=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

德布罗意波长 $\lambda_1=32.3\ \mu m,\ \lambda_1=0.23\ nm$

Yihao Yan

# 原子物理习题课

## 2022.6

**复习**：可主要参考姚老师的复习PPT

## Ch3 单电子原子

氢原子(类氢原子)波函数的解

$$\begin{gathered}\Psi_{nlm}(r,\theta,\phi)=R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\phi)\\ n=1,2... \qquad \text{主量子数}\\ l=0,1,\ldots n-1 \qquad \text{角量子数}\\ m=-l,-l+1,\ldots l \qquad \text{磁量子数}\end{gathered}\tag{1}$$

单电子原子→能级简并度$\sum l(l+1)=n^2$

概率密度→记得乘上jacobi行列式

轨道角动量：$\vec{L}^2=l(l+1)\hbar^2, L_z=m_l\hbar, \vec{\mu}_l=-\frac{e}{2m_e}\vec{L}=-g_l\frac{e}{2m_e}\vec{L}$

自旋角动量：$\vec{S}^2=s(s+1)\hbar^2, L_z=m_s\hbar, \vec{\mu}_s=-\frac{e}{m_e}\vec{S}=-g_s\frac{e}{2m_e}\vec{S}$

角动量合成$\vec{J}=\vec{J}_1+\vec{J}_2, j=j_1+j_2, j_1+j_2-1,\ldots, |j_1-j_2|$

单原子朗德因子$g_j=1+\frac{j(j+1)+s(s+1)-l(l+1)}{2j(j+1)}$

**精细结构**：相对论动能+相对论势能+自旋-轨道耦合

能级修正

$$\Delta E=\Delta E_r+\Delta E_v+\Delta E_{ls}=-E_n\frac{\alpha^2Z^2}{n^2}(\frac{3}{4}-\frac{n}{j+\frac{1}{2}})<0\tag{2}$$

考虑精细结构后的简并度为2j+1

塞曼效应、斯特恩盖拉赫实验：记住实验的图像、现象和结果

正常塞曼效应：$h(\nu'-\nu)=\Delta m\mu_B B$ （记住谱线的偏振特性)

Stern-gerlach偏离距离：$S=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2m}\frac{dB}{dz}\mu_z(\frac{L}{v})^2$

兰姆移位→$2\ ^2S_{\frac{1}{2}}>2\ ^2P_{\frac{1}{2}}$；超精细结构→考虑核自旋

选择定则→记住姚老师PPT最后一页

## CH4 多电子原子

氦原子能级特点→课本4.1.1，要求记住

交换对称性、宇称(费米子和玻色子)、同科电子(L+S=偶数)

L-S耦合：$\vec{S}=\vec{s_1}+\vec{s_2}, \vec{L}=\vec{l_1}+\vec{l_2}, \vec{J}=\vec{S}+\vec{L}$，符号$^{2S+1}L_J$

j-j耦合：$\vec{j_1}=\vec{l_1}+\vec{s_1}, \vec{j_2}=\vec{l_2}+\vec{s_2}, \vec{J}=\vec{j_1}+\vec{j_2}$，符号$(j_1,j_2)_J$

原子壳层填充次序：可用$n+0.7l$记忆

朗德间隔定则、洪特规则、泡利不相容原理：记忆与应用，会确定基态原子态

## 关于一些对量子力学的疑问(大概率不考)

算符的表示→记住常用的，动量、动能、势能、角动量等

对易子运算(我觉得不会考)：从基本对易关系$[x_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij}$出发，角动量算符恒有$[L_i, L_j] = i\hbar\epsilon_{ijk}L_k$

量子力学的dirac表示：Hilbert空间中的矢量和矩阵

## 习题

板书讲解

大家都有答案，平时借鉴比较多的同学更应该认真复习

3.11没有答案，其实就是选择定则的直接应用，很遗憾大部分同学没有写