

光学

姚培军

中国科学技术大学
光学与光学工程系

物质楼c901

Tel: 17355113202; Email: yap@ustc.edu.cn

QQ群 光学与原子物理 455547951

课程考核方式及作业要求

- 成绩计算：

30%平时成绩(作业+到课)

对平时作业的要求：

独立完成

按时交作业

光学教材及教学参考书

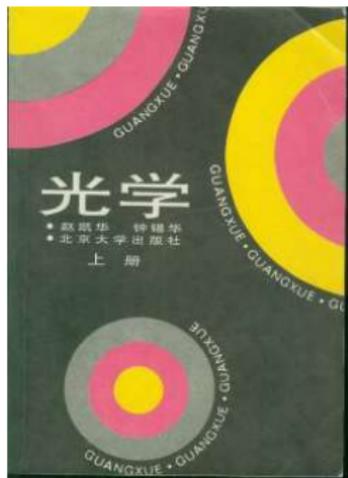
- 崔宏滨 李永平 段开敏 《光学》



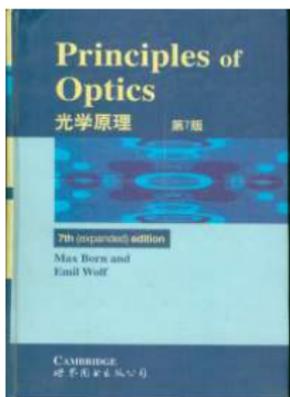
科学出版社 配多
媒体光盘

- 赵凯华 钟锡华 《光学》

北京大学出版社

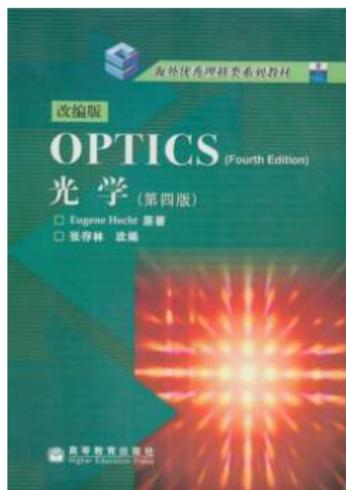


Born & Wolf <Principles of Optics>



- 7th Edition

Eugene Hecht
<Optics>



Fourth
Edition

光的重要性

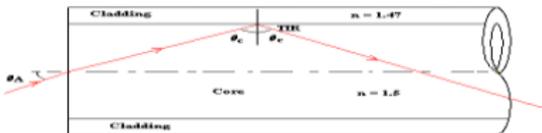
光是生命的源泉



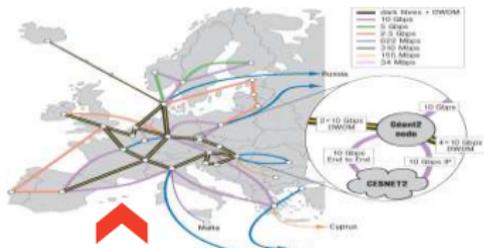
诺贝尔奖得主、加州理工学院研究人员艾哈迈德·泽韦尔说，“没有光就没有文明，太阳光和激光已经成为我们生活的重要部分...”。另一位诺贝尔奖得主、美国航天局科学家约翰·马瑟强调：“光通过光合作用给了我们生命，让我们看到宇宙大爆炸之后的历史，帮助我们互相沟通，或许还会帮助我们发现太空中的其他生物”

光是人类认识世界的主要桥梁。人类感官得到的外界信息中，至少90%通过眼睛。

► 光纤通讯



光·通讯



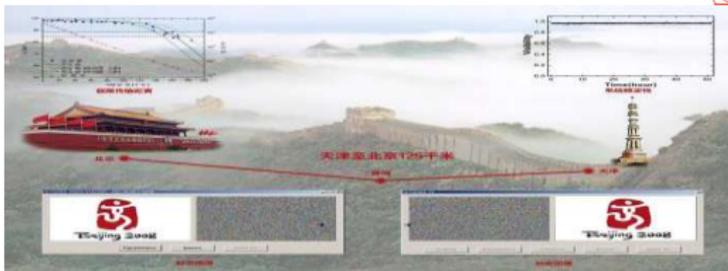
欧洲的主要光缆网络

光在光纤中的传播

光纤通信，是指利用光纤内全反射效应传递信息的方式，光经过调制后便能携带信息。光纤通信具有传输容量大、保密性好、抗干扰能力强等优点，现在已经成为当今最主要的有线通信方式，并带动红外光源、光放大、光探测、密集波分复用等一系列技术的发展。

► 光量子通讯

量子通讯是指利用量子纠缠效应进行信息传递的一种新型的通讯方式，是量子论和信息论相结合的新的研究领域。量子通信具有高效率和绝对安全等特点。



北京-天津量子保密通信演示

光·信息

➤光存储

使用激光在光盘上刻录的存储方式已经普及，新一代光盘存储使用短波长的蓝光。



应用光全息技术在光敏介质上存储数据，也叫全息存储，其存储密度相比一般光盘存储大大增加。已投产的全息存储可达300GB的数据量与160Mb/s的传输速度。

➤光学输入

激光照排系统、激光复印机、打印机、传真机、图像扫描仪、条码扫描器、光电鼠标、数码相机CCD/CMoS等。



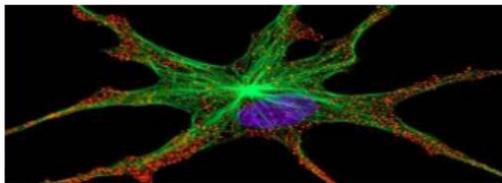
➤光显示

光显示技术也在飞速发展，液晶显示技术已非常成熟，而下一代技术如立体显示、柔性显示等也有令人鼓舞的消息。



光·生命科学

生物细胞中存在荧光物质，其余部分用荧光染料、荧光抗体染色标记后，经紫外线照射可发荧光。荧光显微镜就是对这类物质进行定性和定量研究的工具之一。



共焦显微镜下
荧光标记的神经元



飞秒激光手术

飞秒激光是一种以脉冲形式运转的激光，其脉冲持续时间只有几个飞秒。具有非常高的瞬时功率，可达到百万亿瓦。在医学领域中，飞秒激光可作为超精密外科手术刀，目前已经成功地应用于眼科领域。



红外血管显示

血管显像仪针对血红蛋白对红外光吸收能力强的特性设计而成，能够实时的显示出静脉的粗细、走形和布局，用于帮助医护人员寻找静脉。

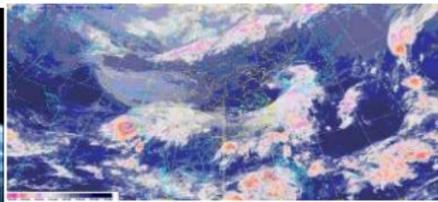
光·航天航空



对地观测卫星

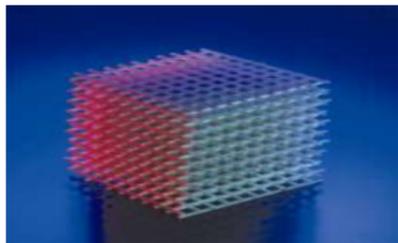


哈勃望远镜



红外遥感图

光·新能源·新材料



光子晶体



光伏技术太阳能电池板

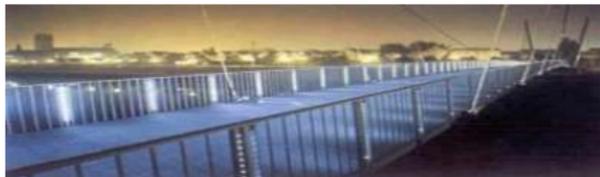
光·环境科学

车载大气环境监测激光雷达系统可以快速实时简便探测大气中多种污染物空间分布，具有移动性能好、探测灵敏度高、探测范围大和距离分辨率高等优越性，将在环境安全评估、预报、预警、执法和研究等中发挥非常重要的作用。



大气环境激光雷达监测系统

LED—即发光二极管，是一种半导体固体发光器件。



LED应用于道路桥梁等照明



激光水质监测

通过研究分析污染水折射光线的特性，水面上的传感器可以测量各种污染物，包括硝酸盐、氯化物、磷酸盐等。

光·照明



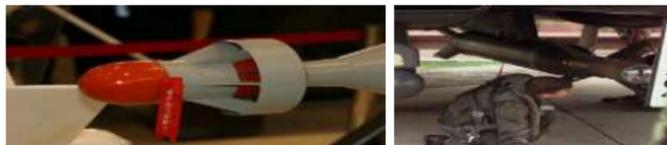
LED优点：体积小、电压低、寿命长、高亮度、低热量、节能环保。

激光武器能够满足现代战争中高精度打击的要求，激光光束携带高能量，具有良好的方向性，是很有前途的武器。



激光武器毁伤目标

激光制导武器：利用激光指示目标，
提高命中率



光纤陀螺：利用多普勒效应精确
测量转速，应用于飞行器、舰船
的导航、定位。



在很早很早以前，有一本名为《圣经》的书里有这样一句话：

神创造天地之前，所有的一切都是空虚混沌的，只有黑暗。

然后神就说，要有光，就有了光，神又把光和暗分开，就成了昼和夜，有晚上，早上，这是第一天



光是什么

古希腊人认为光具有客观现实性，是一种象从水龙头射出的水那样从人们的眼睛射出的东西。我们之所以能看见物体就是靠从眼睛里射出的一束这样的光击中了这个物体。



我们睁着眼能看见物体但闭着眼却看不见

在黑暗的地方，为什么我们的眼睛睁的再大也看不见东西呢？

光是机械粒子

毕达哥拉斯对此提出了一种新的理论：光是由发光体向四面八方射出的一种东西，这种东西碰到障碍物上就立刻被弹开。如果它偶然进入人的眼睛，就叫人感觉到---看见---使它最后被弹开的那个东西。

光的微粒说



(公元前5世纪—17世纪末，18世纪初)

光是一种高速运动着的微粒流。

微粒说能够很好地解释光在均匀介质中的直线传播以及在两种介质分界面上的反射规律，但在解释折射现象时，会得出与实际情况相反的结果——光在密介质中的速度大于疏介质中的。



我国古代对于几何光学现象的观察和总结有十分辉煌的成就。（《墨经》、《梦溪笔谈》）

例如：小孔成像、凸面镜、凹面镜成像

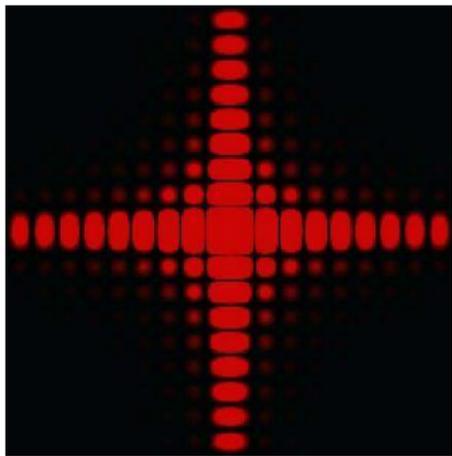
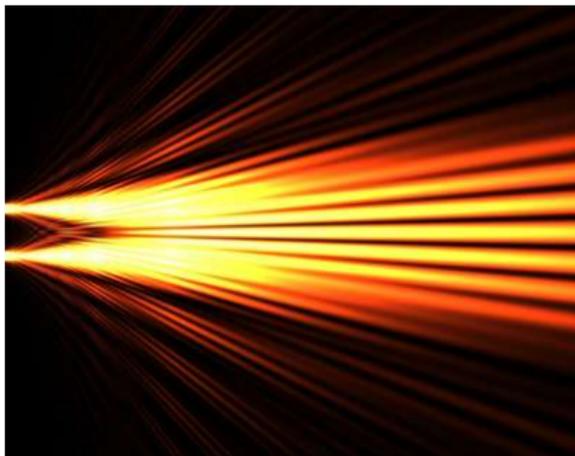
“景，光之人，煦若射。下者之人也高，高者之人也下。蔽下光，故成景于上；首蔽上光，故成景于下。在远近有端，与于光，故景库内也。”

通俗地讲凹面镜成像和针孔成像的道理，对光的直线传播、光的折射现象和虹的形成进行了研究和解释，还曾认真地作过凹面镜成像的实验，得到了较《墨经》更进一步的结果

光是电磁波

格里马迪在一个小光源照明的小棍阴影中观察到光带，胡克和波意耳发现了第一个干涉现象，即薄膜产生的彩色。

光的微粒说的致命打击：小圆盘衍射；



光的机械波动说（17世纪末—19世纪上半叶）

光是在充满整个空间的特殊介质“以太”中传播的某种弹性波，因此服从波动的传播规律——惠更斯

惠更斯原理能够正确解释光的直线传播、反射、折射、干涉以及衍射现象。

杨氏双孔干涉实验

分别通过两个小孔的两束光在屏幕上的重叠区域内形成一组明暗相间的条纹，并初步测定出了光波波长的尺寸。

菲涅耳（A. J. Fresnel）对光的波动说的贡献

设计了双平面镜和双棱镜干涉实验，进一步证实了杨氏关于双孔干涉现象解释的正确性；发现并解释了菲涅耳衍射；总结出了菲涅耳公式及菲涅耳方程。

麦克斯韦电磁理论（19世纪60年代初）

麦克斯韦（J. C. Maxwell）的贡献：

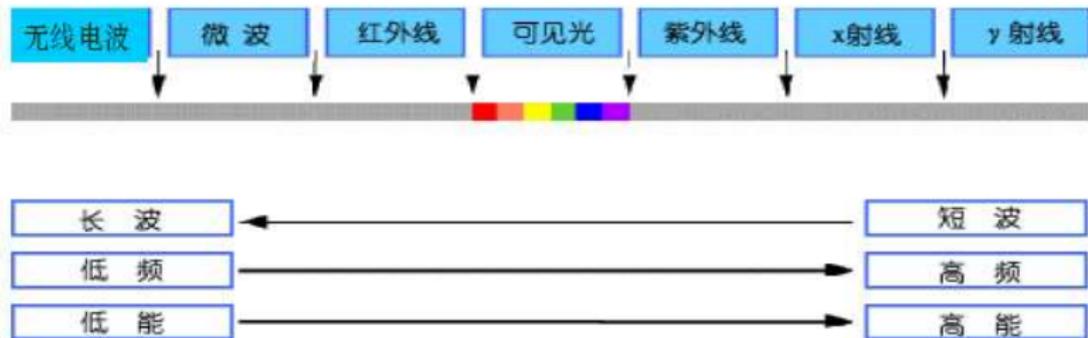
得出了著名的麦克斯韦方程组，预言出电磁波的存在，并且推算出电磁波在真空中的传播速度与测量到的光速值极为接近，据此预言光是一种电磁波动，诞生了光的电磁理论。



电磁波的实验证实：

赫兹（H. R. Hertz）通过一系列实验于1888年证实了电磁波的存在。并证明电磁波和光一样，能产生反射、折射、衍射、偏振等现象。





可见光波长 \sim 400nm — 760nm

c (光速) = λ (波长) \times ν (频率)

光能 $E = h\nu$ 波的能量与频率成正比

光不仅是波，光还是粒子

电磁波动说的困境

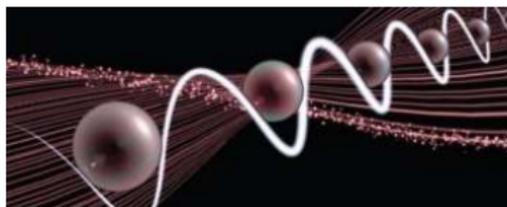
对于黑体辐射、光电效应以及原子线状光谱实验，无论采用何种假设，只要是以电磁理论为前提，所得结论都与实验结果相矛盾。

量子论

- ❖ 普朗克 (M. Planck) 的黑体辐射公式
- ❖ 爱因斯坦的光电效应方程
- ❖ “光子 (photon)” 概念的提出

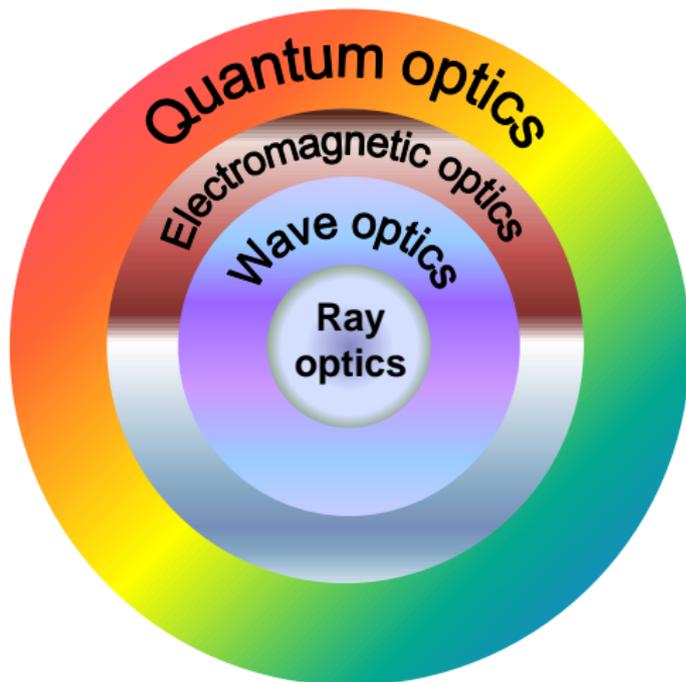
1905年爱因斯坦提出光子理论和光的波粒二象性。将光解释成一种能量的集合 — 光子 $\epsilon = h\nu$ 。

1924年德布罗意提出物质波：波粒二象性是一切基本粒子所共有的属性。



What's light ?

本性：光线、光子、电磁波(波长、频率、偏振)



几何光学

光线：空间的几何线，没有大小，也无法定义速度。光线的路径和方向代表光能传播的路径和方向。光的直线传播、反射和折射都可以用直线段及其方向的改变表示。

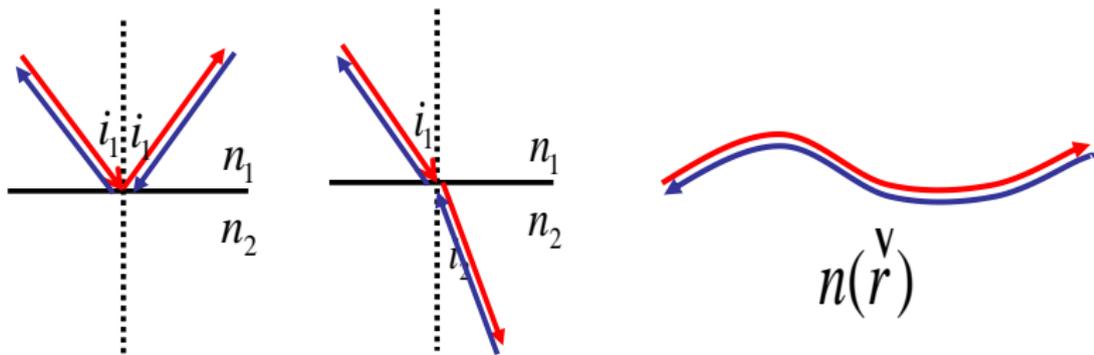
几何光学：以光线概念为基础研究光的传播和成像规律的唯一理论

几何光学研究的是障碍物尺度比光波长大的情况下的传播规律。这种情况下，相对而言可认为波长趋近于零，几何光学是波动光学在一定条件下的近似。

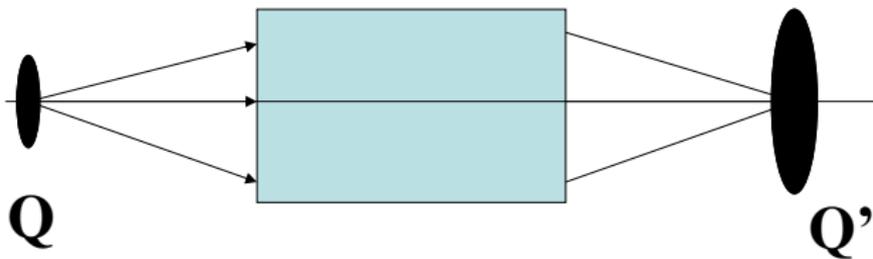
$$\lambda \rightarrow 0$$

光路可逆原理

当光的传播方向逆转时，光线将沿着原行进路径逆向传播。



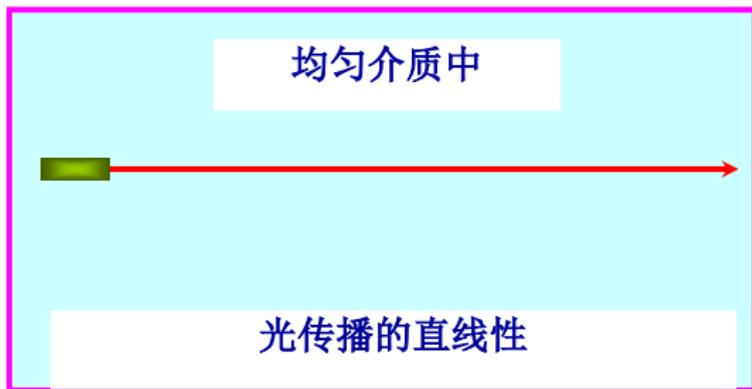
如果物点 Q 发出的光线经光学系统后在 Q' 点成像，则 Q' 点发出的光线经同一系统后必然会在 Q 点成像。即物像之间是共轭的。



几何光学的三个基本定律

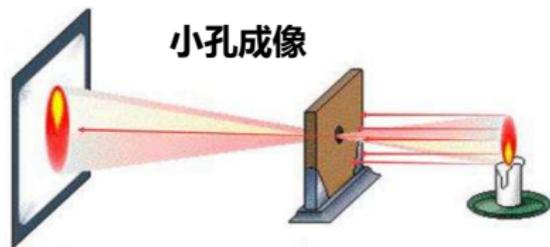
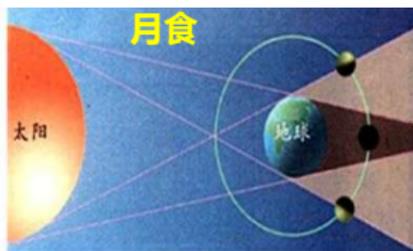
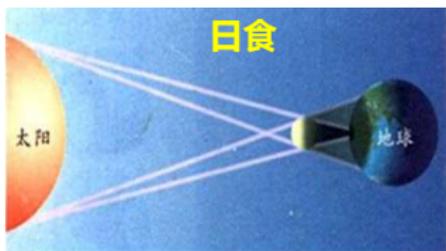
1. 光的直线传播定律

在真空或均匀透明介质中，光沿直线传播，即光线为一直线。



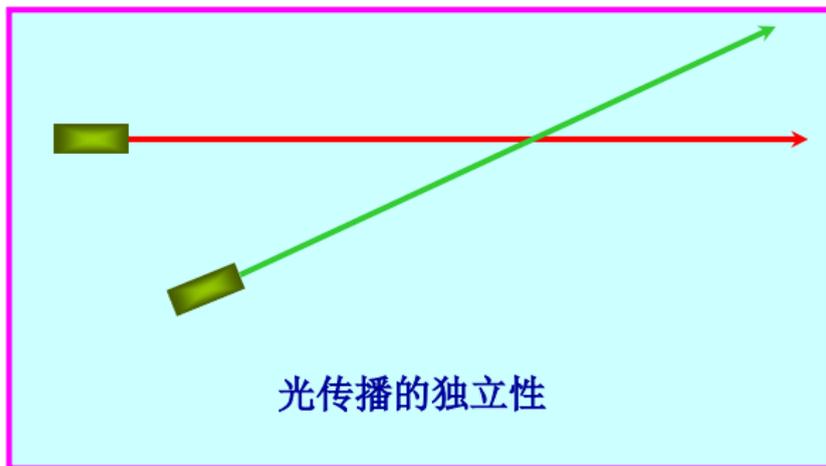
光学“均匀”介质——折射率处处相等。

现象：阴影、日食、月食、小孔成像



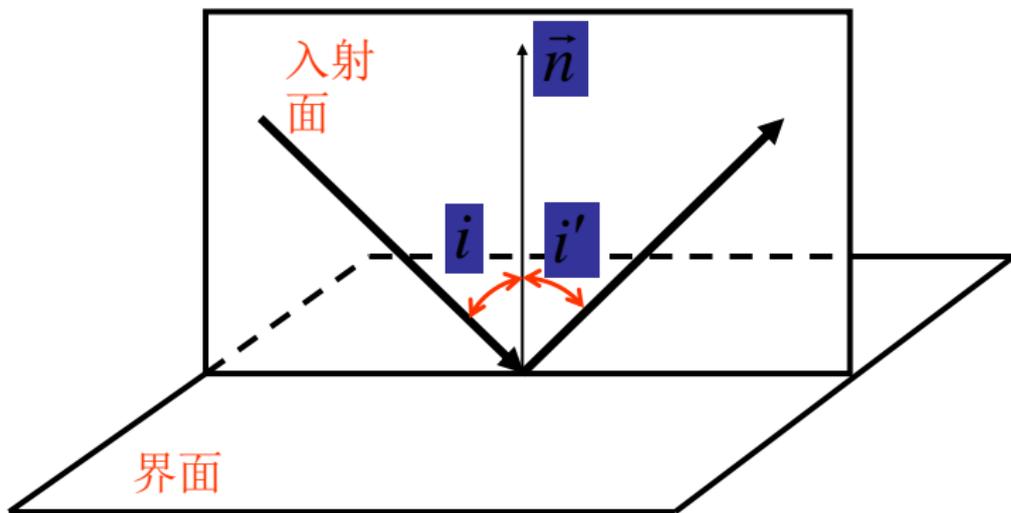
2. 光的独立传播定律

弱光及线性条件下，自不同方向或由不同物体发出的光线在空间相交后，对每一光线的独立传播不发生影响。



3. 光的反射和折射定律

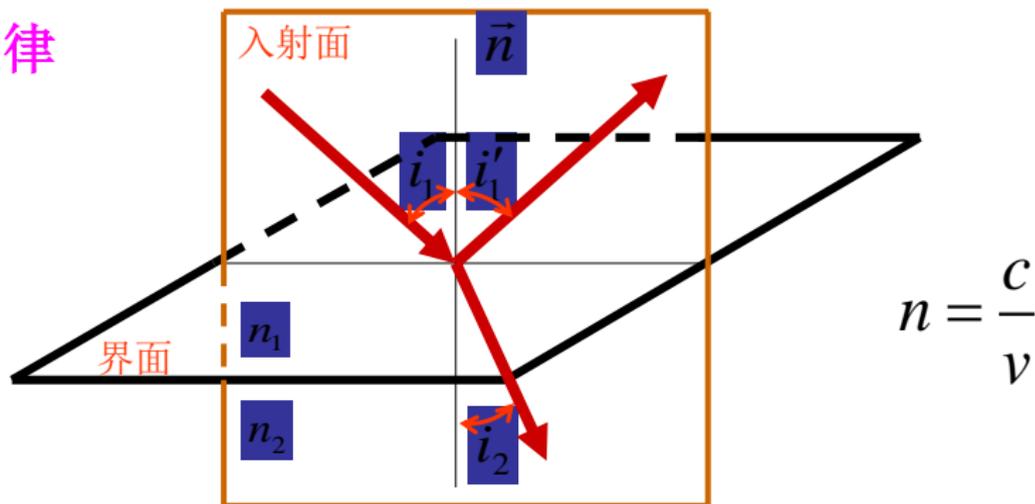
反射定律



反射光在入射面内；

反射角等于入射角： $i' = i$

折射定律



折射光在入射面内；

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \quad \text{Snell定律}$$

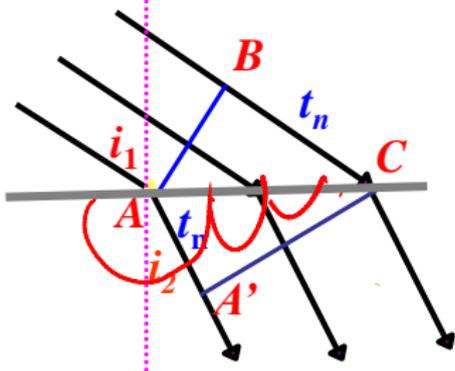
反射定律和折射定律的解释(惠更斯原理)

波阵面

$$BC = V_1 t_n$$

$$AA' = V_2 t_n$$

由图可得



折射波传播方向

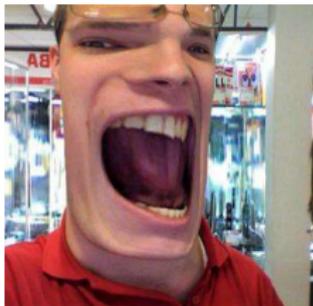
$$AC = \frac{BC}{\sin i_1} = \frac{AA'}{\sin i_2}$$

$$V_1 = \frac{C}{n_1} \quad V_2 = \frac{C}{n_2}$$

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

i_1 --入射角, i_2 --折射角

n_1, n_2 介质的折射率



哈哈镜里为什么能形成滑稽可笑的像呢?哈哈镜里的像是由凹面镜和凸面镜反射得到的,凸面镜会把像缩小,凹面镜会把镜像放大,从而达到失真的效果.



神奇的万花筒里为什么会出现一朵朵“花”呢?

万花筒里有三面玻璃镜组成一个三棱镜,在一头放上一一些各色碎片,这些碎片经过三面镜子的反射,就会出现对称的图案,看上去就像一朵朵盛开的花。



为什么叉鱼的时候要叉所看到鱼的下方才能把鱼叉住呢?

海市蜃楼

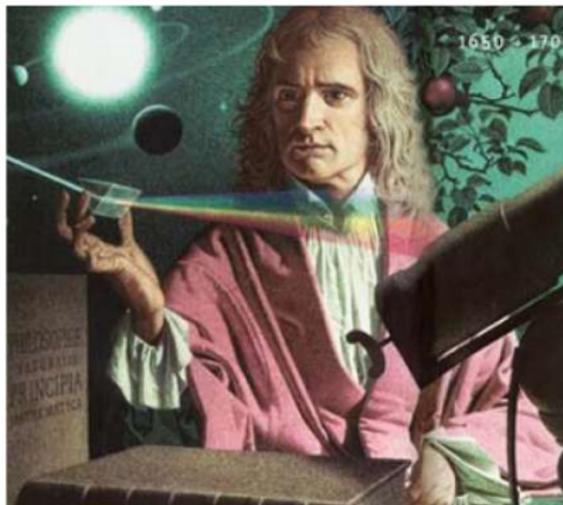
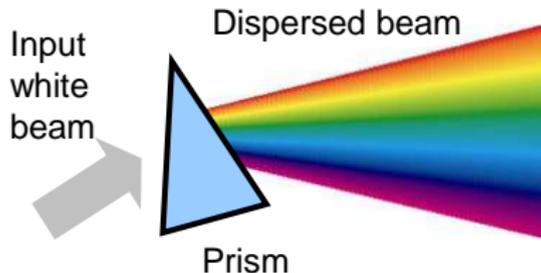
上蜃景



下蜃景



光折射⇒色散现象



光在**折射**时，不同波长的光将分散开来——**色散** (介质折射率不仅与介质种类有关，而且与光的波长有关，**介质的折射率随频率或波长而改变所产生的光学现象**)

正常色散： $\frac{dn}{d\lambda} < 0$

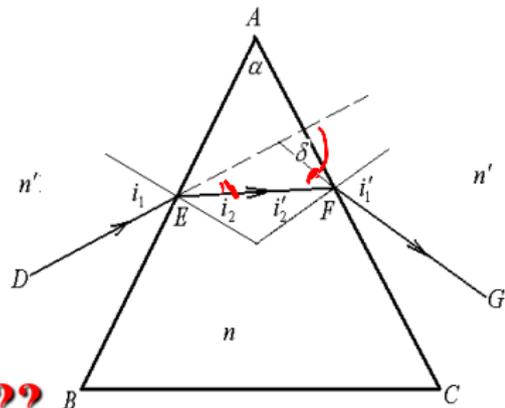
反常色散： $\frac{dn}{d\lambda} > 0$

棱镜的折射

偏向角:

$$\delta = i_1 - i_2 + i'_1 - i'_2$$

$$i_2 + i'_2 = \alpha \quad \delta = i_1 + i'_1 - \alpha$$



注意

最小偏向角: 入、出对称, EF//BC ??

$$i_2 = i'_2 = \frac{\alpha}{2}$$

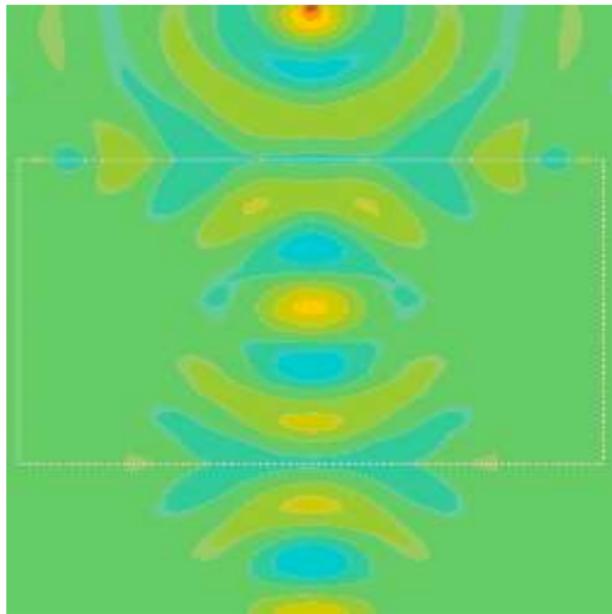
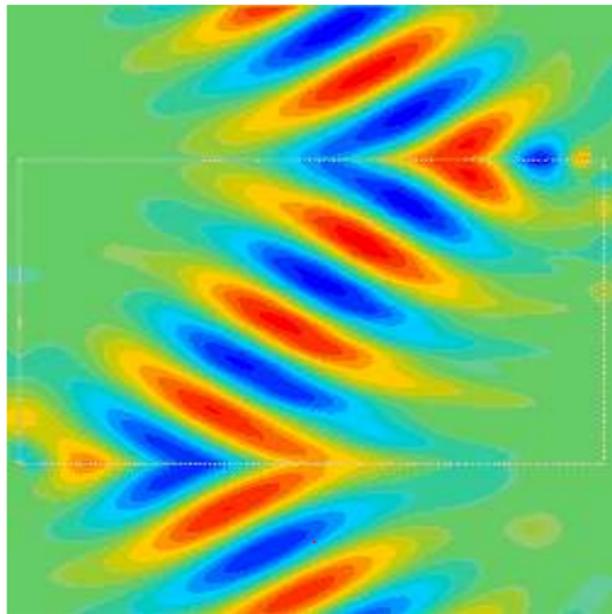
$$i_1 = i'_1 = \frac{\alpha + \delta_{\min}}{2}$$

E点: $\sin i_1 = n \sin i_2$

$$n = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta_{\min}}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

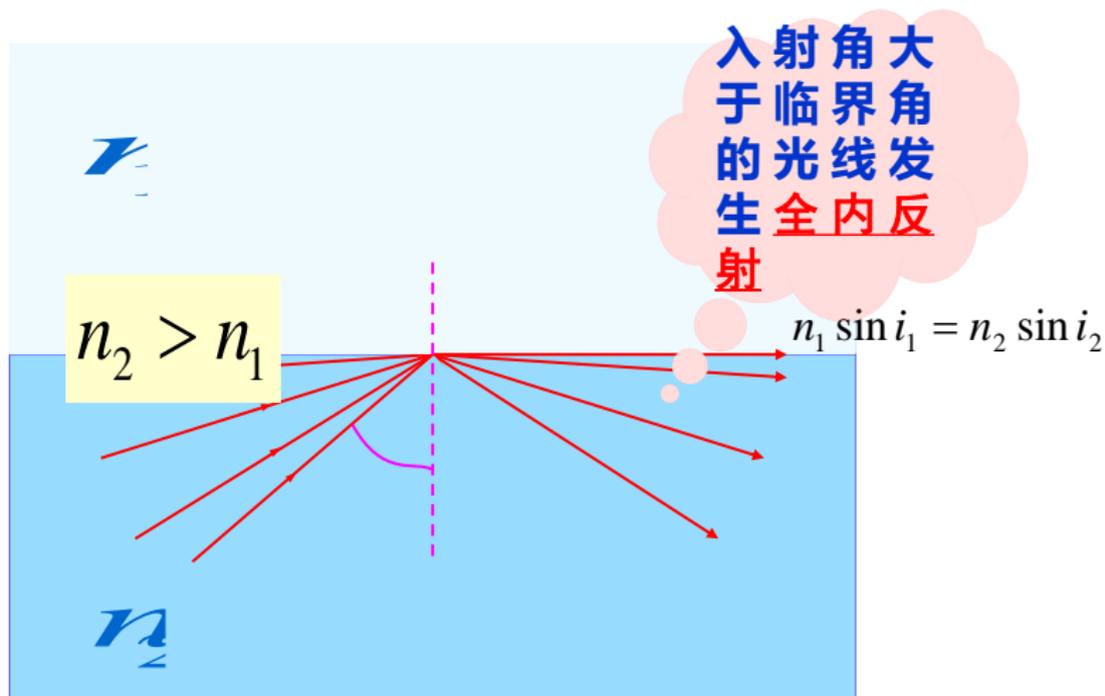
利用最小偏向角测量棱镜的折射率!

折射光线、入射光线可在法线同侧吗？ 负折射效应



光的全内反射

当光从**光密介质**入射到**光疏介质**时，这种情况下的反射，叫作**内反射**。



内反射时，折射角随着入射角增大而增大，当折射角等于 90° 时，对应的入射角为 i_c ，称作**临界角**。

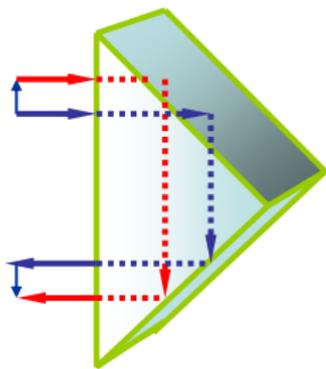
$$n_1 \sin 90^{\circ} = n_2 \sin i_c$$

$$i_c = \arcsin \frac{n_{1(\text{光疏})}}{n_{2(\text{光密})}}$$

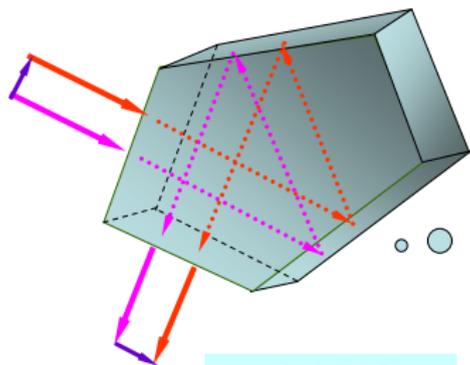
当入射角大于等于 i_c 时，全部光能量都反回原介质

全内反射的应用举例：

1 全反射棱镜



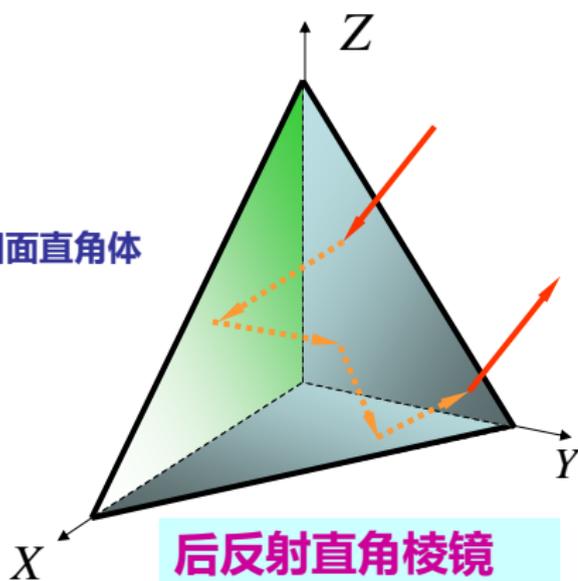
波罗棱镜



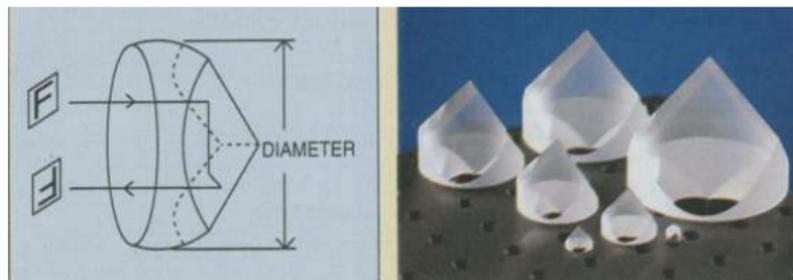
五脊棱镜

被广泛应用在各种光学仪器和各种实验光路中

四面直角体



后反射直角棱镜，空间一定范围的光线，依次经三个相互垂直的平面反射后，出射光线的方向与入射光线的方向相反。这种棱镜在激光谐振腔中可以代替高反射介质镜；在激光测距中把它当作被测目标的反射器，不仅减少能量损失，而且减少了瞄准调整的困难。



2 钻石



十心十箭



八心八箭



九心一花



八心一花

DIAMOND CHARACTERISTICS

CUT

IDEAL PROPORTIONS

ROUND BRILLIANT	OVAL	MARQUISE	PEAR	HEART	EMERALD

COLOUR (G.I.A.)

D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	Z

CLARITY (G.I.A.)

FL	IF	VVS ₁	VVS ₂	VS ₁	VS ₂	SI ₁	SI ₂	I ₁	I ₂	I ₃

CARAT

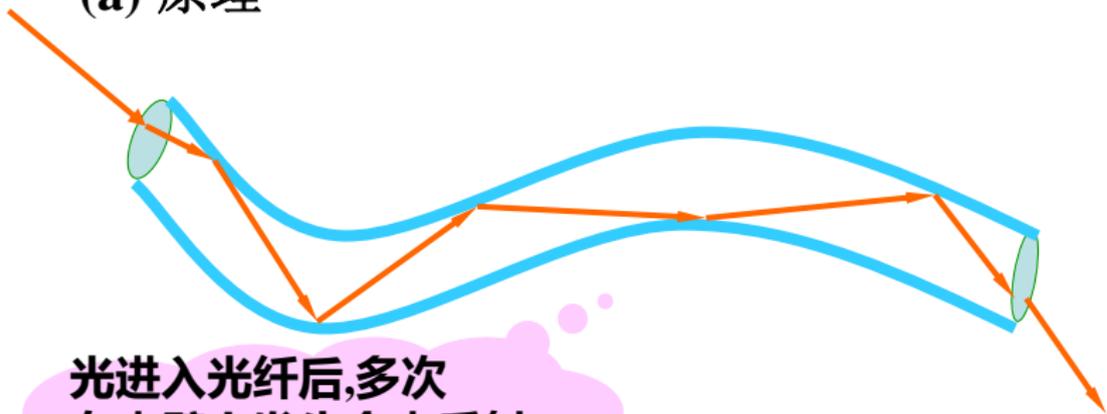
4 cts.	5 cts.	2 cts.	1.75 cts.	1.5 cts.	1.25 cts.	1 ct.	0.75 ct.	0.50 ct.	0.25 ct.	0.10 ct.	0.05 ct.

A diamond is forever.

3 光纤

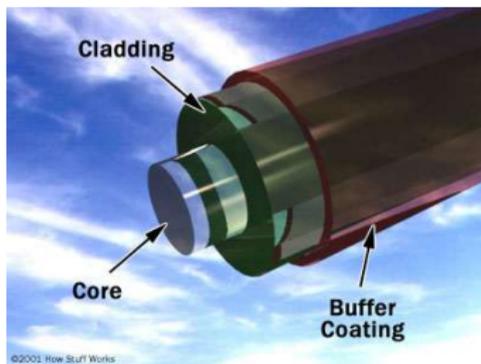
能够导光的圆柱型玻璃或塑料纤维，中央折射率大，表层折射率小。

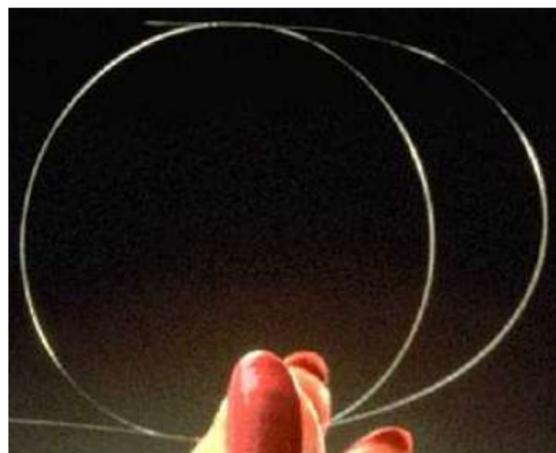
(a) 原理



光进入光纤后,多次在内壁上发生全内反射,光从纤维的一端传向另一端.

(b) 几何结构

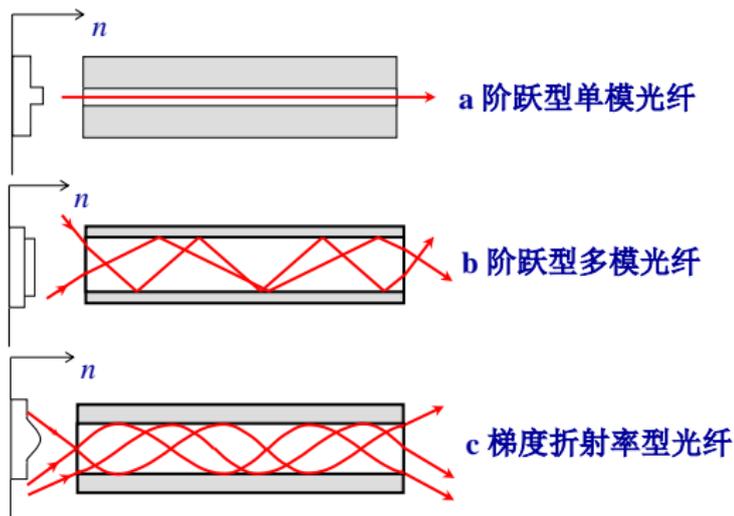




(c) 光纤分类

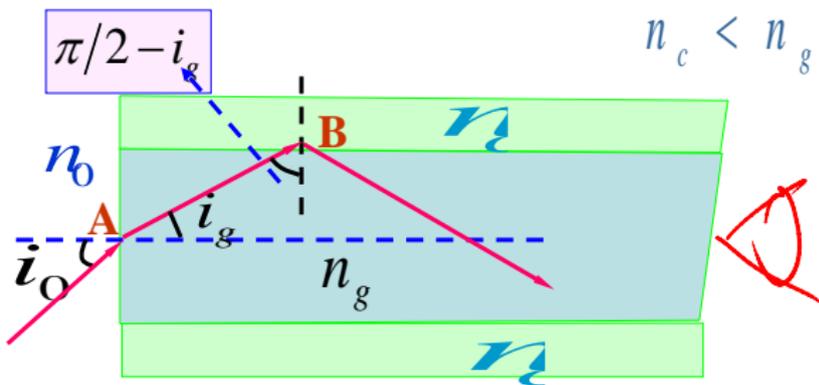
- ① 按纤芯介质分：均匀光纤，非均匀光纤。
- ② 按传输特性分：单模光纤，多模光纤。

说明：单模光纤中各层介质折射率均匀分布，多模光纤各层介质折射率可以是均匀分布（阶跃型），也可以是纤芯介质折射率呈渐变分布（梯度折射率型）。



三种主要光纤类型的折射率分布及传光特性

阶跃型光纤



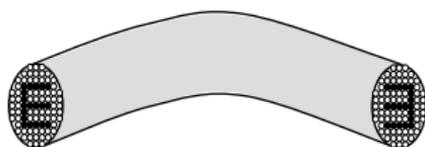
凡是入射角小于 i_0 的入射光，都将通过多次全反射从一端传向另一端

$n_g \sin i_g = n_0 \sin i_0$ 称为光纤的**数值孔径**，决定了可经阶跃光纤传递的光束的入射角。

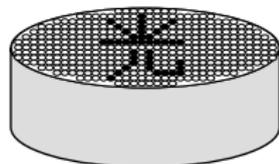
$$i_0 = \arcsin\left(\frac{1}{n_0} \sqrt{n_g^2 - n_c^2}\right)$$

光纤的主要用途：光信号或传输光能量。

可以传输时间序列信号，
也可以传输图像



光纤传像束



光纤面板

光纤通信的优点：

- | | | | | |
|----------------|------------|---------|---------|----------|
| 1) 低损耗 | 窗玻璃 | 几千分贝/公里 | 光学玻璃 | 500分贝/公里 |
| | 雨后清澈的大气 | 1分贝/公里 | 石英光纤 | 0.2分贝/公里 |
| 2) 信带宽、容量大、速度快 | | | | |
| 3) 电气绝缘性能好 | 无感应 | 无串话 | | |
| 4) 重量轻 | 线径细 | 可绕性好 | | |
| 5) 耐火 耐腐蚀 | 可用在许多恶劣环境下 | | 6) 资源丰富 | 价格低 |

铺设1000公里同轴电缆大约需要500吨铜，
改用光纤通信只需几公斤石英就可以了

费马原理

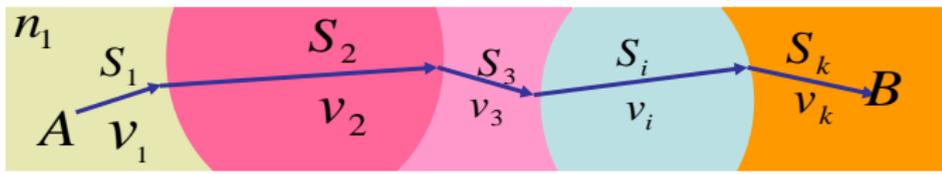
描述光线传播行为的普遍规律

光程：在均匀介质中，光程为光在介质中通过的几何路径 s 与所经过的介质折射率 n 的乘积

$$L = ns$$

$$t = \frac{s}{V} = \frac{s}{c/n} = \frac{L}{c}$$

光在介质中走过的光程，等于以相同的时间在真空中走过的距离。光在介质中传播所需时间等于光程除以光速 C



光从A点经过几种不同的均匀介质到达B点，所需时间为：

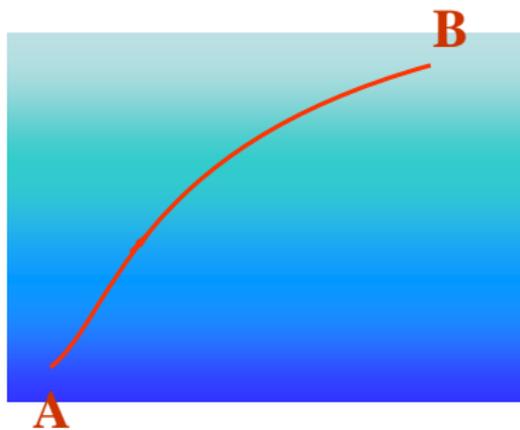
$$t = \frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + \dots + \frac{S_k}{v_k} = \sum_{i=1}^{i=k} \frac{S_i}{v_i}$$

介质的折射率

$$n_i = c/v_i,$$

所以
$$t = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^{i=k} n_i S_i = \frac{L}{c}$$

若由A到B充满着折射律连续变化的介质，则光由A到B的总光程为



$$L = \int_A^B n ds$$

$$\text{所用时间为 } t = \frac{1}{c} \int_A^B n ds = \frac{L}{c}$$

费马原理的表述及讨论

? 光从A—B的路径?

F: 空间两点间的实际光线路径是**光程**为平稳值的路径。

“平稳”，指的是当光线以任何方式对该路径有无限小的偏离时，相应**光程**的一阶改变量为零

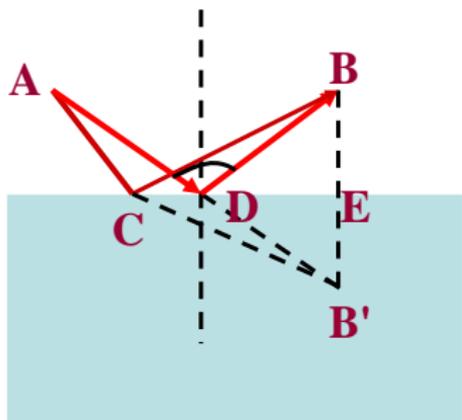
$$\delta[L] = \delta \left[\int_A^B n ds \right] = 0 \quad \delta t = \delta \left[\frac{1}{c} \int_A^B n ds \right] = 0$$

也可表示：空间中两点间的实际光线路径，与其他相邻的可能路径相比较，其**光程**（或传播时间）取极值（MAX, MIN, CONS）。**光程极值原理或时间极值原理**

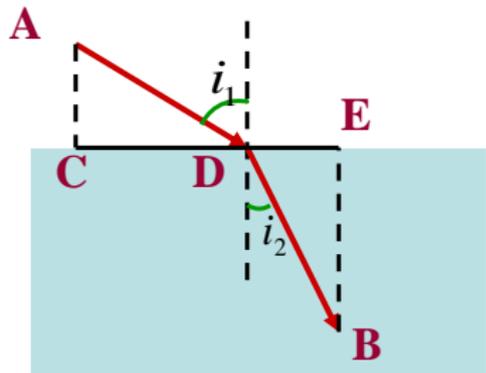
多数：MIN，该原理亦曾称为最小时间（或**光程**）原理

光程为极值的例子:

(1) 光程为极小值



由A点发出的光线经界面D点反射后通过B点，符合反射定律，其光程较其他任一光线ACB'的光程都小。



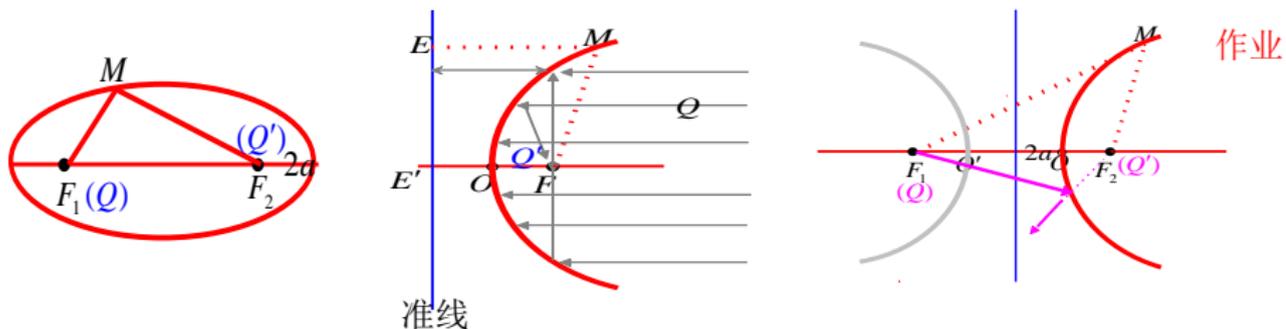
由A到B，符合折射定律的光线ABD的光程，比任何其他由A至B的路径的光程都小。

(2) **反射**等光程的例子 **汽车车灯、手电筒、凹面镜**

椭圆: $\overline{MF_1} + \overline{MF_2} = 2a$, F 焦点, a 长半轴

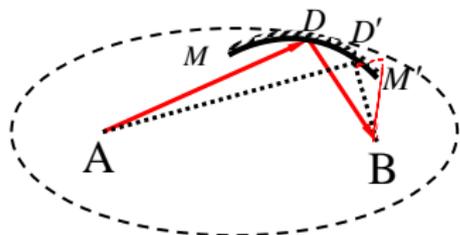
抛物线: $\overline{MF} = \overline{ME}$, F 焦点, $OE' = E'F/2$

双曲线: $\overline{MF_1} + (-\overline{MF_2}) = 2a$, F 焦点, $2a$ 顶点间距



旋转椭球面 、 旋转抛物面 、 旋转双曲面

(3) 光程为极大值



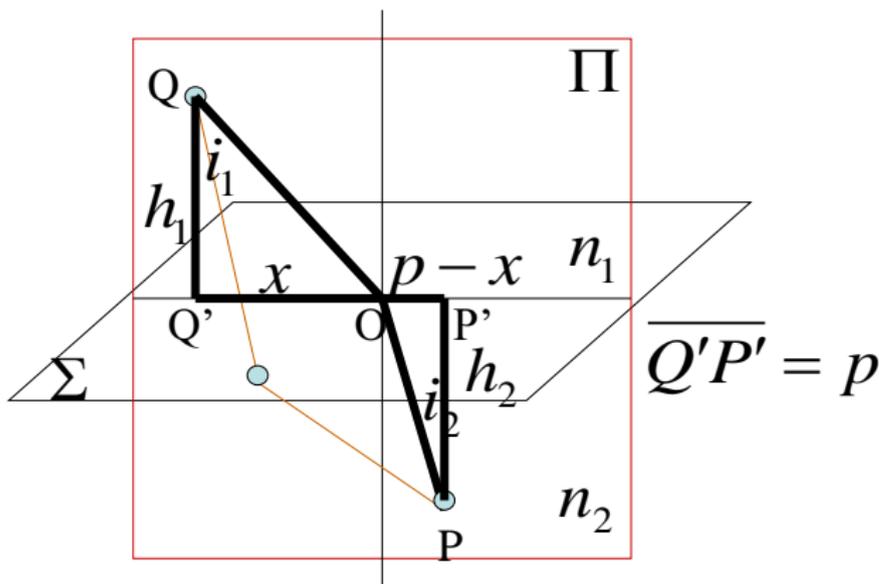
反射镜 MM' 与旋转椭球切于 D 点，由 A 点发出过 D 点符合反射定律的光线，必过椭球另一焦点 B ，光线的光程比任何路径的光程都大。

费马原理对几何光学规律的概括：

- 1、根据直线是两点间最短距离，对于均匀介质或真空，费马原理直接引导到光线的直线传播定律
- 2、费马原理只涉及光线传播的路径，并没涉及到光线的传播方向。若路径AB的光程取极值，则其逆路径BA的光程亦取极值。因此该原理可很自然地导出光路可逆性原理。
- 3、费马原理可导出光的反射、折射定律

几何光学的定律受费马原理的支配。

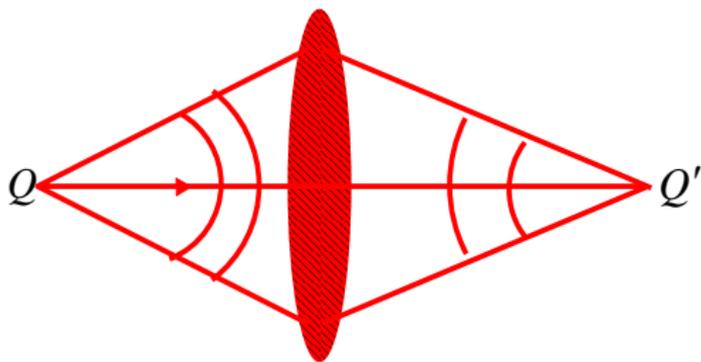
折射定律:



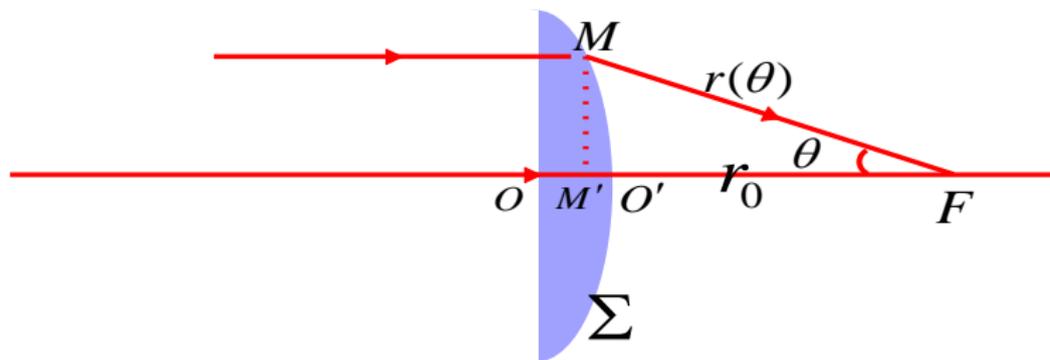
$$(QOP) = n_1 QO + n_2 OP = n_1 \sqrt{h_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}$$

$$\frac{d(QOP)}{dx} = \frac{n_1 x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{n_2 (p-x)}{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} = n_1 \sin i_1 - n_2 \sin i_2 = 0$$

对于理想光学系统的成像，利用费马原理，
可导出物像等光程原则。



透镜应做成怎样的曲面？



费马原理 $L(MF) = L(M'O') + L(O'F)$

$$r(\theta) = n(r(\theta) \cos \theta - r_0) + r_0$$

$$r(\theta) = \frac{(1-n)r_0}{1-n \cos \theta}$$

单个球面上的折射与成像

折射球面作为一个简单光具组，是构成各种复杂光学系统的基本元件之一，研究球面的折射成像规律具有普遍意义



1. 基本概念和符号规则

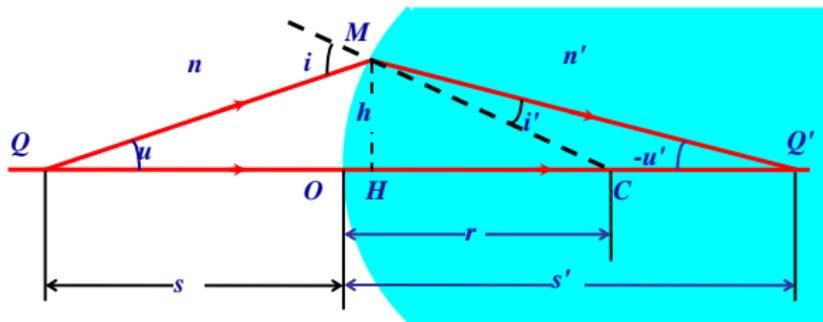
n : 物方介质的折射率

n' : 像方介质的折射率

C : 球心

Q : 物点

Q' : 像点



轴上物点的折射成像

顶点: 球面在光具组中的对称点 O

光轴: 使光线不发生偏折的方向, 如过球心并垂直于球面的方向

主光轴: 过球面顶点 O 和球心 C 的连线

主截面: 包含主光轴的截面

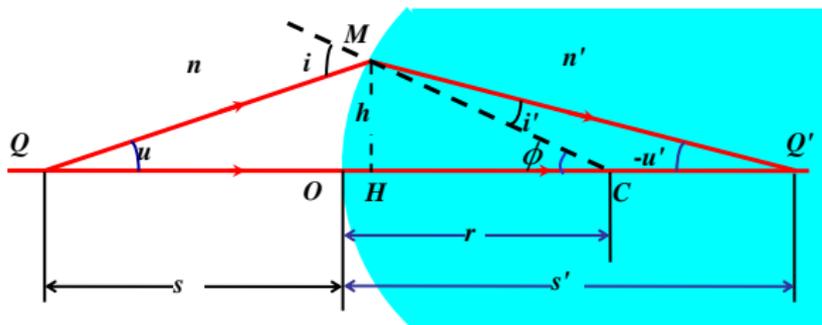
符号规则

以光具组的顶点和主光轴为基准，规定光路图中各几何量的符号如下：

- ① 物距 s ：物点 Q 位于球面顶点 O 的左侧，即对实物点， $s>0$ 。反之， $s<0$ 。
像距 s' ：像点 Q' 位于球面顶点 O 的右侧，即对实像点， $s'>0$ 。反之， $s'<0$ 。
- ② 曲率半径 r ：球心 C 位于球面顶点 O 的右侧时， $r>0$ 。反之， $r<0$ 。
- ③ 角度：以光轴（主光轴或球面法线）为基准，以锐角逆时针偏向为正，顺时针偏向为负。
- ④ 物像及轴外点高度：以主光轴为基准，向上为正，向下为负。
- ⑤ 全正图形：所有长度和角度在图中均以正值标记，若某个量按符号规则为负值，在图上标注时，应冠以“-”号。

2. 光在单个球面上的折射，同心性的破坏

(1) 像距与物距的关系



$$\begin{aligned}[L] &= n\overline{QM} + n'\overline{MQ'} \\ &= n\sqrt{r^2 + (s+r)^2 - 2r(s+r)\cos\phi} \\ &\quad + n'\sqrt{r^2 + (s'-r)^2 + 2r(s'-r)\cos\phi}\end{aligned}$$

根据费马原理，光程应取极值

$$\frac{d[L]}{d\phi} = 0$$

$$n \frac{2r(s+r)\sin\phi}{\sqrt{r^2 + (s+r)^2 - 2r(s+r)\cos\phi}} = n' \frac{2r(s'-r)\sin\phi}{\sqrt{r^2 + (s'-r)^2 + 2r(s'-r)\cos\phi}}$$

$$\frac{s^2}{n^2(s+r)^2} - \frac{s'^2}{n'^2(s'-r)^2} = -2r(1-\cos\phi) \left[\frac{1}{n^2(s+r)} + \frac{1}{n'^2(s'-r)} \right]$$

(2) 同心性的破坏

$$\frac{s^2}{n^2(s+r)^2} - \frac{s'^2}{n'^2(s'-r)^2} = -2r(1-\cos\phi) \left[\frac{1}{n^2(s+r)} + \frac{1}{n'^2(s'-r)} \right]$$

问题： s' 不仅与 r 、 s 、 n 和 n' 有关，而且还与 ϕ 有关。**不同的 ϕ 取值，对应不同的 s' （不同 Q' ）。**

结论： 由同一物点发出的单心光束经球面折射后，其同心性将不再保持，因而与物点 Q 对应的共轭像点 Q' 也将不存在，表明这样一个球面不能使物点 Q 准确成像。

$$\frac{s'^2}{n'^2(s'-r)^2} - \frac{s^2}{n^2(s+r)^2} = 2r(1-\cos\phi) \left[\frac{1}{n^2(s+r)} + \frac{1}{n'^2(s'-r)} \right]$$

从成像的角度，要求 s' 与 ϕ 无关，左右同时为零 (宽光束成像)

$$\rightarrow \begin{cases} s = -\frac{n'+n}{n}r \\ s' = \frac{n'+n}{n'}r \end{cases} \xrightarrow{\text{以球心}C\text{为参考点}} \begin{cases} s_0 = -\frac{n'}{n}r \\ s'_0 = \frac{n}{n'}r \end{cases}$$

- S、S'同时确定,宽光束成像只能在个别的共轭点上实现。这对特殊的共轭点↔齐明点 aplanatic points。
- 对单球面折射，一般而言只能实现傍轴成像，但是齐明点（一对特殊共轭点）可以宽光束严格成像。

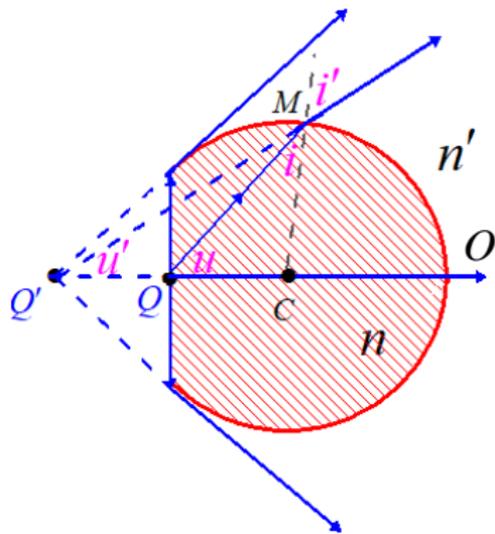
$$s_0 = -\frac{n'}{n}r; s'_0 = \frac{n}{n'}r$$

$$\frac{QC}{MC} = \frac{n'}{n}r/r = \frac{n'}{n} = \frac{\sin i}{\sin u}$$

$$\frac{MC}{Q'C} = r/\frac{n}{n'}r = \frac{n'}{n} = \frac{\sin u'}{\sin i'}$$

$$\frac{n'}{n} = \frac{\sin i}{\sin i'}$$

$$\Rightarrow u' = i, u = i'$$



Q 和 Q' 是一对共轭点，从 Q 发出一入射光线，倾角为 u ，折射角为 i' ，则 $u = i'$ ；此时出射光线倾角 $u' = i$ ；当 $u = \pi/2 \rightarrow i' = \pi/2$ ，折射光线恰好和球面相切

显微镜就是工作于齐明点----调节镜头与样品的工作距离，以使样品台上的**小物**处于**齐明点**上。

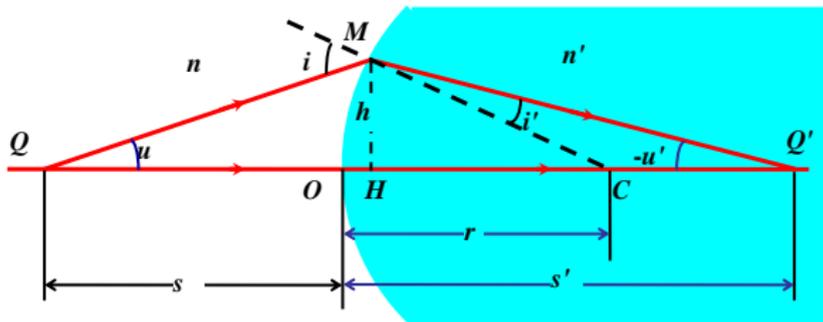
3. 轴上物点的近轴光线成像

(1) 近轴光线条件

$$\frac{s'^2}{n'^2(s'-r)^2} - \frac{s^2}{n^2(s+r)^2} = 2r(1-\cos\phi) \left[\frac{1}{n^2(s+r)} + \frac{1}{n'^2(s'-r)} \right]$$

$$\cos\phi \approx 1 \Rightarrow \frac{s^2}{n^2(s+r)^2} - \frac{s'^2}{n'^2(s'-r)^2} = 0$$

$$\frac{s+r}{s'-r} = \pm \frac{n's}{ns'}$$



$$\frac{r+s}{\sin(\pi-i)} = \frac{r}{\sin u}, \quad \frac{s'-r}{\sin i'} = \frac{r}{\sin(-u')}$$

$$\frac{s+r}{s'-r} = \frac{n's}{ns'}$$

$$\sin u \approx u \approx \frac{h}{s}, \quad \sin(-u') \approx -u' \approx \frac{h}{s'}$$

傍轴条件下球面折射成公式:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n'-n}{r}$$

近轴光线条件: $\cos \phi \approx 1$ $\sin \phi \approx \tan \phi \approx \phi$

$$\sin u \approx \tan u \approx u, \quad \sin u' \approx \tan u' \approx u'$$

(2) 焦点与焦距

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r}$$

物（像）方焦点 F (F') : 与无限远处像（物）点对应的轴上物（像）点

物（像）方焦距 f (f') : F (F') 到球面顶点 O 之距离

$$f = \frac{n}{n' - n} r, \quad f' = \frac{n'}{n' - n} r$$

- ① 焦点是特殊的轴上物点和像点。因此，物方焦距与物距、像方焦距与像距遵守相同的符号规则。

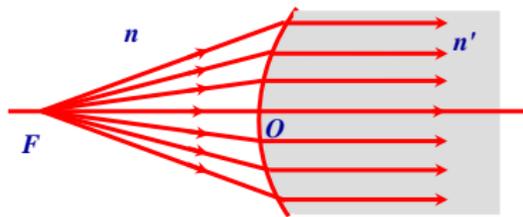
$f > 0$ ($f' > 0$) : F (F') 为实焦点，且位于 O 点的左 (右) 侧。

$f < 0$ ($f' < 0$) : F (F') 为虚焦点，且位于 O 点的右 (左) 侧。

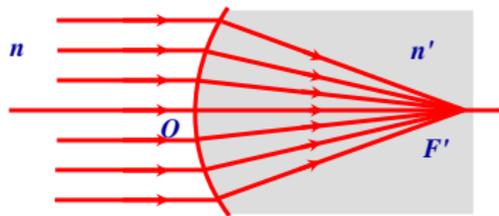
- ② 物像方焦距之比：

$$\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n} > 0$$

结论： f' 与 f 大小不相等，但符号始终相同，故 F 与 F' 分处于球面顶点的两侧。



(a) 物方焦点 F



(b) 像方焦点 F'

焦点的意义

(3) 光焦度

令
$$P = \frac{n' - n}{r}$$
 P定义为折射球面的光焦度，它表征系统对光线的曲折本领。

光焦度（通常表示透镜焦距的倒数 n/f ，有个折射率的系数）的单位为屈光度（diopter，记为D， $1D=1m^{-1}$ ）。例：对于 $n=1$ ， $n'=1.5$ ， $r=0.1m$ 的球面，其 $P=5D$ 。通常眼镜的度数是屈光度的100倍，焦距为50.0cm的眼镜，度数是200。

由于球面的曲率半径可正、可负也可以为无穷大，物方折射率可以大于也可以小于像方折射率，因此光焦度可正、可负，也可以为零。

$P > 0$ 为会聚系统， $P < 0$ 为发散系统， $P = 0$ 为无焦系统。

(4)高斯公式

将焦距的定义式代入折射球面的成像公式，得

$$\left. \begin{aligned} \frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} &= \frac{n' - n}{r} \\ f &= \frac{n}{n' - n} r \\ f' &= \frac{n'}{n' - n} r \end{aligned} \right\} \frac{f}{s} + \frac{f'}{s'} = 1$$

高斯和牛顿物像公式是**光学系统傍轴成像的普遍公式**。无论成像系统如何不同，其物距、像距和物像方焦距之间的关系，均可以表示成高斯和牛顿物像公式的形式。

牛顿公式

若物距和像距的计算分别以物方焦点F和像方焦点F'为原点，并以x、x'表示物距和像距。则x、x'与s、s'的关系：

$$x = s - f \quad x' = s' - f'$$

将上两式代入高斯公式 $\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$

得**牛顿公式**

$$xx' = ff'$$

符号约定：

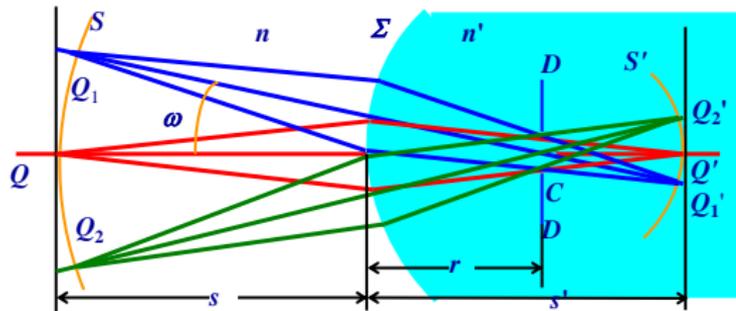
物点在F之左，x 正；右负
像点在F'之左，x' 负；右正

4. 离轴物点的傍轴光线成像

(1) 空间同心圆经球面折射后的空间成像

物：以 C 点为球心，以线段 CQ 的长度为半径的球面 S 。

像：以 C 点为球心，以线段 $Q'C$ 的长度为半径且过 Q' 点的球面 S' 。



离轴物点的傍轴光线成像

S 上各点（如 Q 、 Q_1 和 Q_2 点）发出的同心圆光束（以过该点球面法线为主光轴）经球面折射后，均成像在 S' 上（如 Q' 、 Q_1' 和 Q_2' 点）。

近轴物条件

当球面 S （物）和相应的 S' （像）的横向线度远远小于该球面成像系统的物距 s 、像距 s' 及折射球面的曲率半径 r 时，或球面 S 上任意一点发出的同心圆光束的光轴与系统主光轴之间的夹角 ω 很小时，则球面 S 和 S' 分别与过 Q 和 Q' 点的垂轴平面重合。成像系统的物像共轭面近似简化为一对垂轴平面。

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r}$$
$$\frac{f}{s} + \frac{f'}{s'} = 1$$

近轴光线、近轴物条件下的物像关系

结论：近轴光线和近轴物条件下，轴外物点与轴上物点服从同一物像关系式。

(2) 横向放大率

定义：像高与物高之比，以 V 表示：
$$V \equiv \frac{y'}{y}$$

意义：反映了在近轴条件下，物点高度与像点高度的关系。

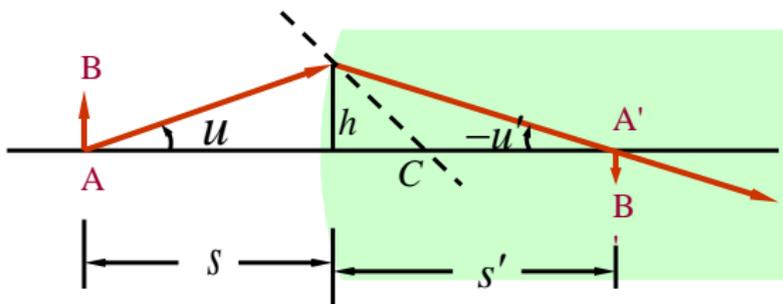
说明：像的缩放： $|V|>1$ ：横向被放大； $|V|<1$ ：横向被缩小。

像的正反： $V>0$ ：像正立； $V<0$ ：像倒立。

折射球面：
$$V = -\frac{n}{n'} \cdot \frac{s'}{s} \quad \frac{r+s}{\sin(\pi-i)} = \frac{r}{\sin u}, \quad \frac{s'-r}{\sin i'} = \frac{r}{\sin(-u')}$$

任意理想系统：
$$V = -\frac{f}{f'} \cdot \frac{s'}{s} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$$

(3)角放大率



在上图折射系统中, 傍轴条件下 AB 和 $A'B'$ 是一对共轭物像
 u 、 $-u'$ 是一对共轭角。 定义角放大率为

$$\gamma = \frac{-u'}{u}$$

$$u = \frac{h}{s}, -u' = \frac{h}{s'} \quad \therefore \gamma = \frac{-u'}{u} = \frac{s}{s'}$$
$$\therefore V = \frac{y'}{y} = -\frac{ns'}{n's}$$

因此有

$$nuy = n'u'y'$$

称为拉格朗日-亥姆霍兹定理

它表明 nuy 这个乘积经过每次折射都不变，
该定理很容易推广到多个共轴球面上

$$nuy = n'u'y' = n''u''y'' = \dots$$

亥姆霍兹公式：

$$yn \tan u = y'n' \tan u'$$

该公式是折射球面能使空间所有点以任意宽光束成像的必要条件。

阿贝正弦条件 (E.Abbe,1879)：

$$yn \sin u = y'n' \sin u'$$

该公式是轴上已消球差的前提下傍轴小物以大孔径的光束成像的充要条件。

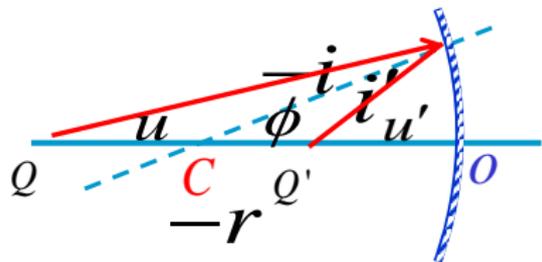
轴上已消球差且满足阿贝正弦条件的这对特定的共轭点，即为齐明点。工作于齐明点位置的傍轴小物可大孔径严格成像，既消除了一般轴上物点产生的球差，也消除了轴外物点产生的慧差

在傍轴区域，三者同时满足

球面反射系统

对于反射情形，实像在顶点 O 的左侧，需将前面像距的规定改变如下：

像距 s' ：像点 Q' 位于顶点 O 的左侧，即为实像点， $s' > 0$ 。反之， $s' < 0$



$$-i = \phi - u \quad \text{反射定律}$$

$$i' = u' - \phi \quad -i = i'$$

$$u \approx \frac{h}{s}; \phi = \frac{h}{-r}; u' = \frac{h}{s'}$$

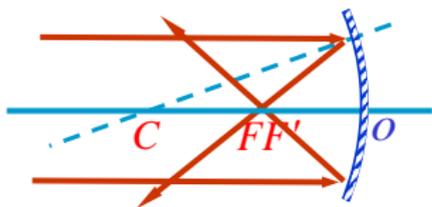
$$\frac{h}{-r} - \frac{h}{s} = \frac{h}{s'} - \frac{h}{-r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = -\frac{2}{r}$$

$$\text{令 } s = -\infty, \Rightarrow f' = -\frac{r}{2}$$

$$\text{令 } s' = \infty, \Rightarrow f = -\frac{r}{2}$$

$$f = f' = -\frac{r}{2}$$



球面镜物方焦点与像方焦点重合。

凹面镜 $r < 0, f = f' > 0$

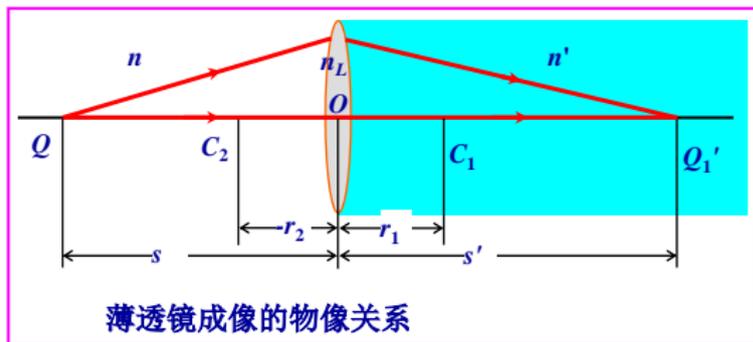
凸面镜 $r > 0, f = f' < 0$

高斯公式仍成立：

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

薄透镜的成像特性

1. 薄透镜近似 (取 $d=0$)



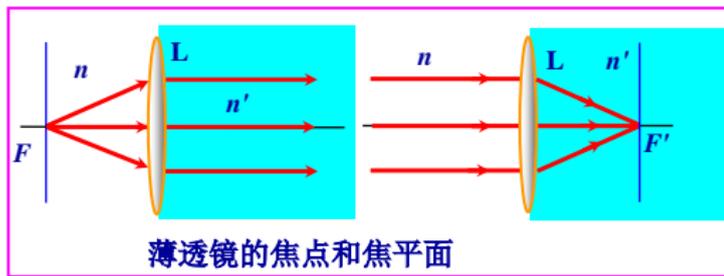
薄透镜成像的物像关系：

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n_L - n}{r_1} + \frac{n' - n_L}{r_2}$$

成像的横向放大率：

$$V = -\frac{n}{n'} \cdot \frac{s'}{s}$$

2. 焦点与焦距



物（像）方焦点 F （ F' ）：与无限远处轴上像(物)点对应的共轭物(像)点。

物方焦距：
$$f = n \left/ \left(\frac{n_L - n}{r_1} + \frac{n' - n_L}{r_2} \right) \right.$$

像方焦距：
$$f' = n' \left/ \left(\frac{n_L - n}{r_1} + \frac{n' - n_L}{r_2} \right) \right.$$

焦距之比：
$$\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'} > 0$$

磨镜者公式：若薄透镜置于空气中， $n=n' \approx 1$ ，则

$$f = f' = \frac{1}{n_L - 1} \cdot \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

结论：薄透镜的物方和像方焦点永远分处于透镜的两侧。并且一般情况下两个焦点不对称，即焦距大小不相等。只有当物像方介质折射率相等时，透镜的物像方焦距大小才相等。

薄透镜的光焦度可表示为:

$$P = \frac{n_L - n}{r_1} + \frac{n' - n_L}{r_2}$$

两折射面的光焦度分别为:

$$P_1 = \frac{n_L - n}{r_1}; P_2 = \frac{n' - n_L}{r_2}$$

薄透镜的光焦度为两折射面的光焦度的代数和

$$P = P_1 + P_2$$

薄透镜成像高斯公式仍成立

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

空气中的薄透镜成像公式:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

薄透镜的牛顿公式

约定：物点在F之左， x 正；右 负
像点在F'之左， x' 负；右 正

则 x 、 x' （从焦点算起的物距、像距）与 s 、 s' 的关系：

$$x = s - f \quad x' = s' - f'$$

将上两式代入高斯公式 $\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$ ，得**牛顿公式**

$$xx' = ff'$$

薄透镜成像性质

正透镜与负透镜

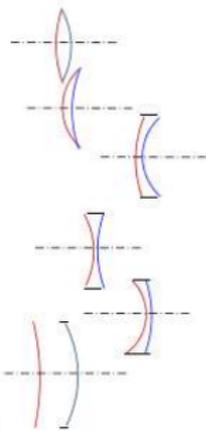
$$f = f' = \frac{1}{(n_L - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}$$

正透镜 $\frac{1}{r_1} > \frac{1}{r_2}$

负透镜 $\frac{1}{r_1} < \frac{1}{r_2}$

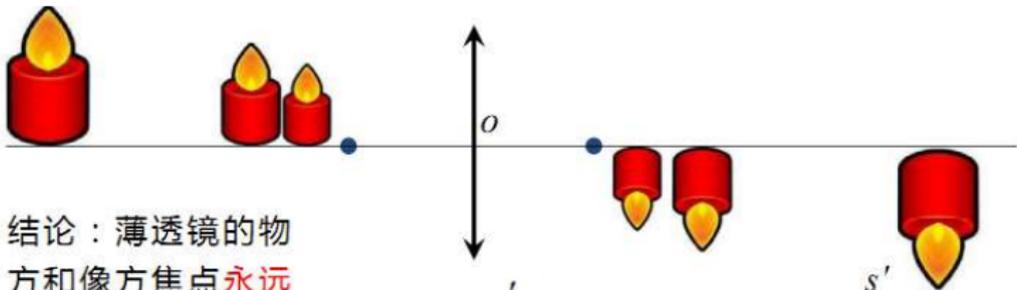
$$r_1 > 0 \begin{cases} r_2 < 0 & \Rightarrow f = f' > 0 \\ r_2 > 0 \ \& \ r_2 > r_1 & \Rightarrow f = f' < 0 \\ r_2 > 0 \ \& \ r_2 < r_1 & \Rightarrow f = f' < 0 \end{cases}$$

$$r_1 < 0 \begin{cases} r_2 > 0 & \Rightarrow f = f' < 0 \\ r_2 < 0 \ \& \ |r_2| > |r_1| & \Rightarrow f = f' < 0 \\ r_2 < 0 \ \& \ |r_2| < |r_1| & \Rightarrow f = f' > 0 \end{cases}$$

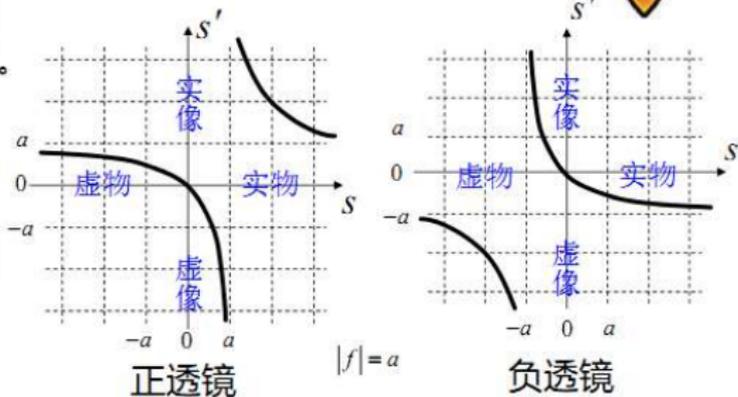


$f = f' > 0 \Rightarrow$ 正透镜 $f = f' < 0 \Rightarrow$ 正透镜

从Fermat原理看，这也是很自然的结果。



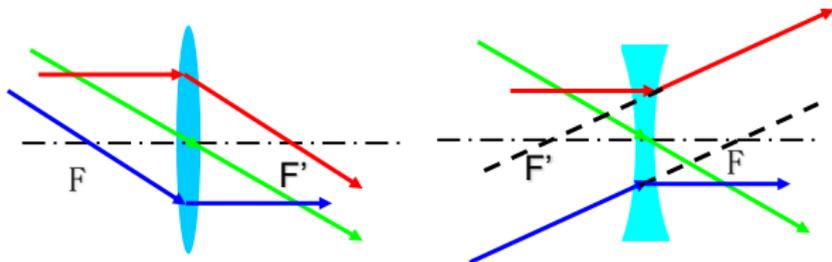
结论：薄透镜的物方和像方焦点**永远分处于透镜的两侧**。并且一般情况下两个焦点不对称，即焦距大小不相等。只有当**物像方介质折射率相等**时，透镜的物像方焦距大小才相等。



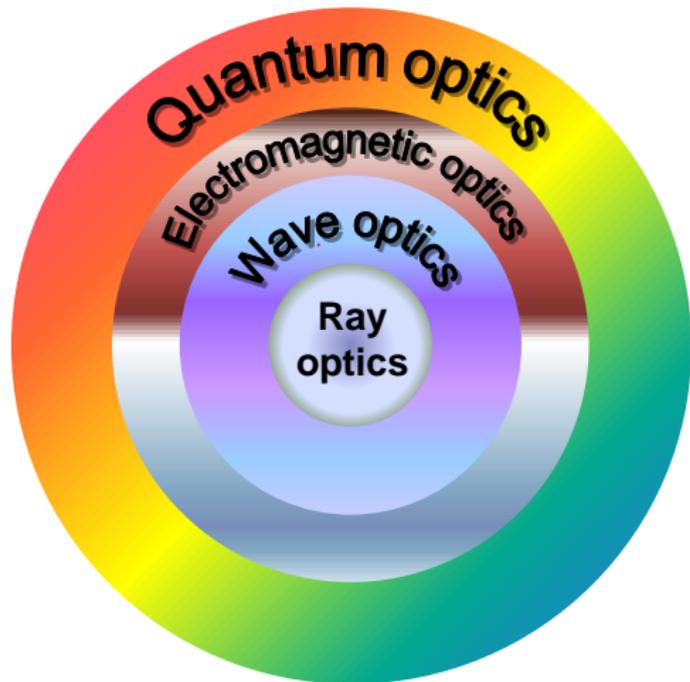
薄透镜成像的作图法

三条特殊光线：

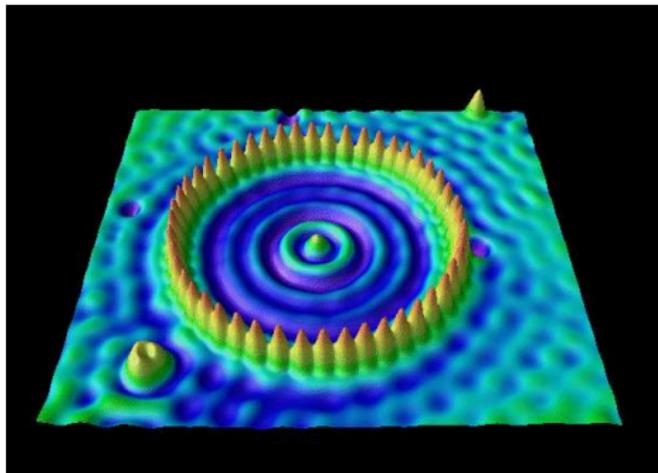
- (1) 平行于光轴的物方入射光线 \leftrightarrow 经过像方焦点的光线
- (2) 经过物方焦点的光线 \leftrightarrow 平行于光轴的像方光线
- (3) 经过光心的物方入射光线 \leftrightarrow 经过光心并与入射光线方向平行的像方光线



Geometrical optics (ray optics) is the simplest version of optics.

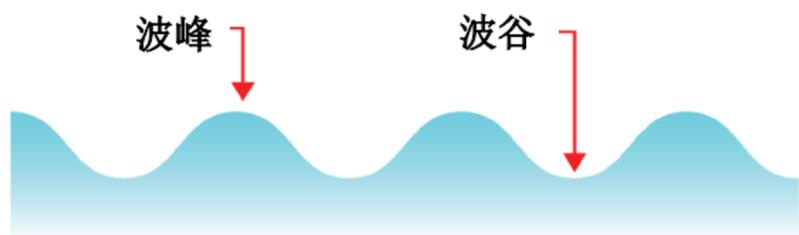


What is a wave?

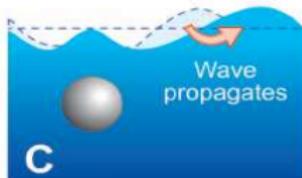
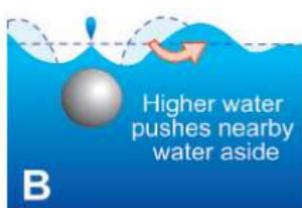


声波 光波 电波
水波 地震波 电子波

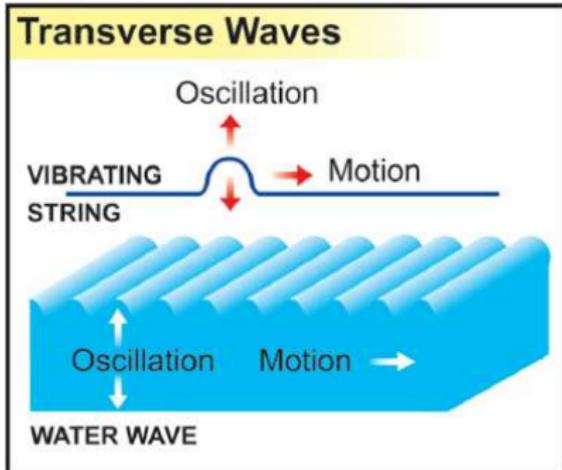
起伏 运动



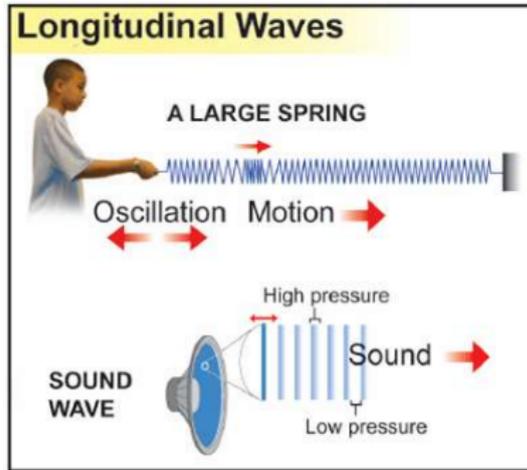
振动在空间的传播过程叫做波动 波源、波场；



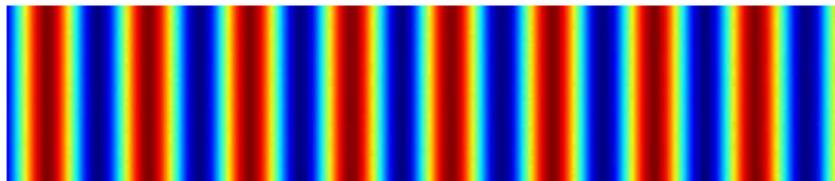
在波动中，波场内的任一点总有某个物理量随时间而变化——振动，该物理量一般是矢量（振动矢量）：如机械波中的质点位移 X ，电磁波中的 E H ，相应的波称为矢量波。在某些情况下所考察的振动物理量是标量，标量波



横波



纵波



广义振动：任一物理量(矢量、标量)在某一数值附近反复变化。

最简单的振动：简谐振动 无阻尼自由振动

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

特点：

(1)等幅振动

(2)周期振动 $x(t)=x(t+T)$

特征量

1. 振幅 A 振动的最大值

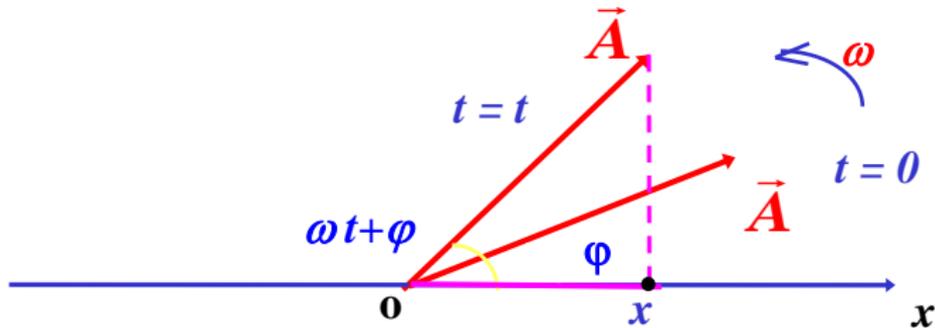
2. 周期 T 和频率 ν 角频率

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

3. 相位

(1) $(\omega t + \varphi)$ 是 t 时刻的相位

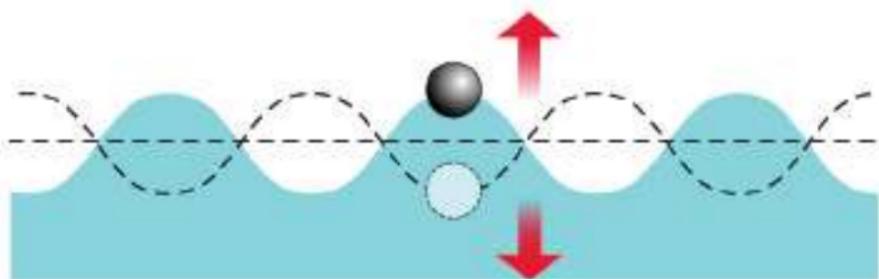
(2) φ 是 $t=0$ 时刻的相位 — 初相



$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

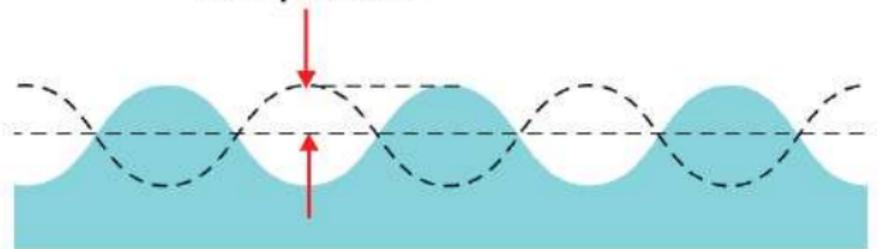
简谐振动的旋转矢量表示法

波的频率

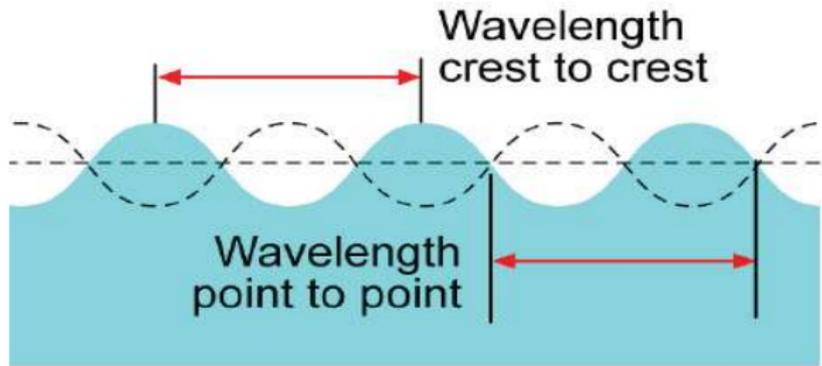


Amplitude

波的振幅



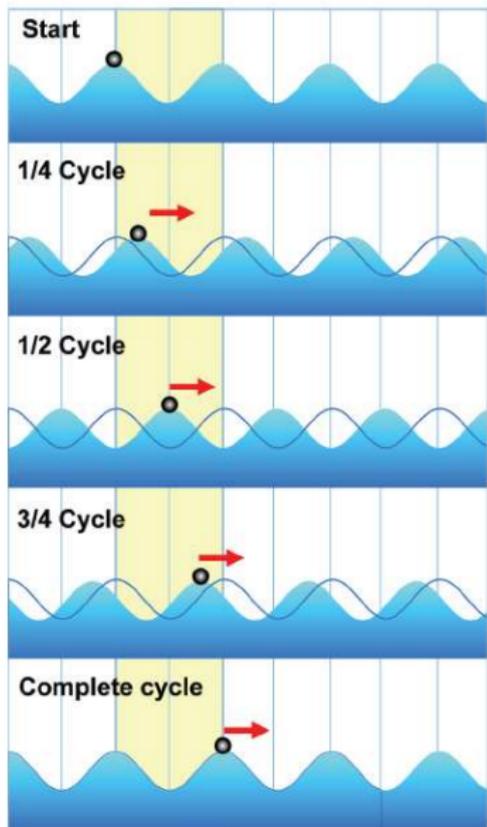
波长：波上的任意一点到下一个循环的同一个点的距离



波速：振动的蔓延速度，不是振动本身的速度

$$\text{波速} = \frac{\text{传播距离}}{\text{传播时间}} = \frac{\text{波长}}{\text{周期}} = \frac{1}{\text{周期}} \times \text{波长}$$

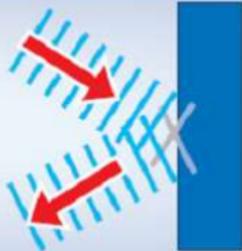
$$\text{波速} = \text{频率} \times \text{波长}$$



波与介质遭遇会产生四种相互作用

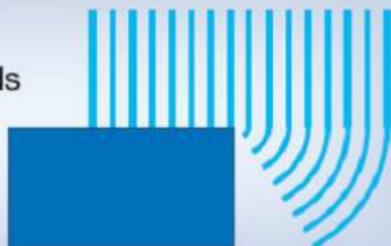
Reflection

The wave bounces and goes in a new direction.



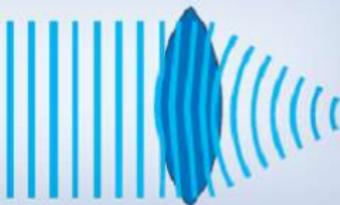
Diffraction

The wave bends around an object or through holes in the object.



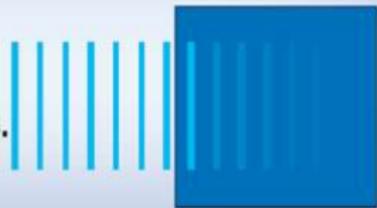
Refraction

The wave bends as it passes into and through an object.



Absorption

The wave is absorbed and disappears.



最简单的波

即由简谐振动所产生的波动——简谐波

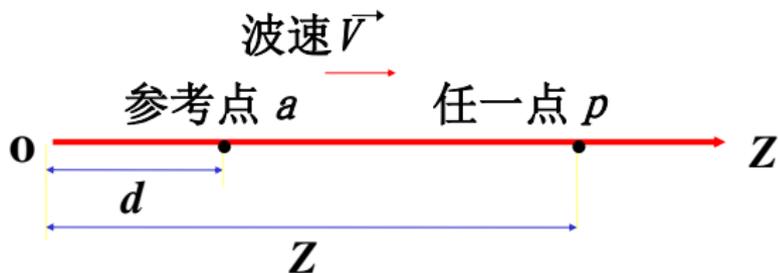
单色简谐波（定态波场）

1. 空间各点的振动是同频率的简谐振荡（频率与振源相同）
2. 波场中各点振动的振幅不随时间变化，在空间形成一个稳定的振幅分布

一维简谐波的表达式(波函数)

考虑：沿 $+Z$ 方向传播的一维简谐波(V , ω)

假设：介质无吸收(振幅均为 A)



已知：参考点 a 的振动表达式为

$$U_a(t) = A \cos(\omega t + \varphi_a)$$

p: A, ω 均与 a 点的相同, 时间落后 $(\frac{z-d}{V})$

$$U(z, t) = A \cos[\omega(t - \frac{z-d}{V}) + \phi_a] \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$U(z, t) = A \cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{z-d}{\lambda}) + \phi_a] \quad \lambda = VT$$

$$U(z, t) = A \cos[\omega t - k(z-d) + \phi_a] \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

选: 原点为参考点 $\phi_a = \phi_0$

$$U(z, t) = A \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} z + \phi_0)$$

若初相 $\phi_0 = 0$

$$U(z, t) = A \cos(\omega t - k z)$$

称作波数 (空间角频率 传播常数), 它表示沿传播方向 2π 长度内的波长数

波动的一个重要特点是具有时空周期性：

$$U(z, t) = A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right)\right] \quad \lambda = VT$$

波的时空周期性

波的时间周期性物理量

波的空间周期性物理量

周期 T

空间周期 λ

频率 $\nu=1/T$

空间频率 $f=1/\lambda$

角频率 $\omega=2\pi\nu=2\pi/T$

空间角频率 $k=2\pi f=2\pi/\lambda$

时空联系 $V=\lambda/T=\lambda\nu=\omega/k$

$$U(z, t) = A \cos(\omega t - kz)$$

跟踪某一振动状态，它出现的时刻 t 与地点 z 应满足：

$$(\omega t - kz) = \text{常数}$$

相速度为 $\frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = V_p$

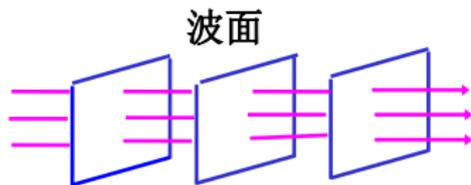
$$V_g = \frac{d\omega}{dk}$$

平面简谐波：波面是平面的简谐波

波面：波场中相位相同的点集合称为波面或等相面

沿+z 向传播

$$U(x, y, z, t) = A \cos(\omega t - kz)$$



沿任向传播：

$$U(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{\kappa}$$

波矢，其方向指向波的传播方向

记波矢与x, y, z轴的正向夹角为 α , β , γ :

$$k_x = k \cos \alpha, k_y = k \cos \beta, k_z = k \cos \gamma$$

$$U(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$$= A \cos\left[2\pi\left(\frac{\cos \alpha}{\lambda} x + \frac{\cos \beta}{\lambda} y + \frac{\cos \gamma}{\lambda} z - \frac{t}{T}\right)\right]$$

$$= A \cos\left[2\pi\left(f_x x + f_y y + f_z z - \frac{t}{T}\right)\right] \quad \text{空间频率}$$

x, y, z方向的**空间周期**

$$d_x = \frac{\lambda}{\cos \alpha}, d_y = \frac{\lambda}{\cos \beta}, d_z = \frac{\lambda}{\cos \gamma}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$f = (f_x^2 + f_y^2 + f_z^2)^{1/2} = \frac{1}{\lambda}$$

$$k = (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{1/2} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

对于给定波长的平面波， f 、 k 的三个分量中只有两个是独立的。

平面波波函数的特点：

1. 振幅 $A(P)=A$ 常数，它与场点坐标 P 无关
2. 位相 $\phi(p)$ 是直角坐标的线性函数

$$A \cos\left[2\pi\left(f_x x + f_y y + f_z z - \frac{t}{T}\right)\right]$$

球面简谐波:

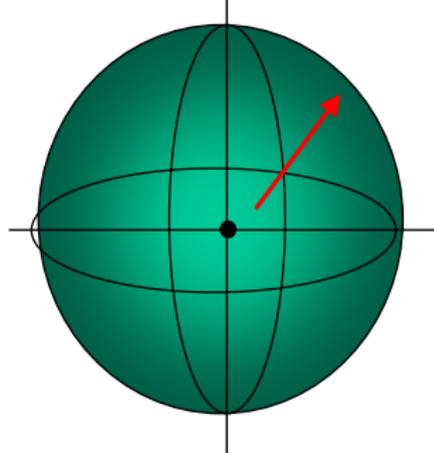
点波源 均匀各向同性介质

$$U(r, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t \pm kr)$$

特点:

1. 振幅 $A(P) = A/r$, 反比于场点到振源的距离 r
这是能量守恒的要求
2. 位相分布的形式为 $\phi(p) = \omega t - kr (+kr)$

波面方程 $\phi(p) = \text{常数}$, 代表以振源为中心的一个球面



简谐波的复数表示式

由于可以用复指数的实部或虚部表示余弦或正弦函数，所以可以用复数来描述光波的振动

$$U(z,t) = A \cos(\omega t - kz) = \operatorname{Re}(A e^{i(\omega t - kz)}) \\ = A \cos[-(\omega t - kz)] = \operatorname{Re}(A e^{i(kz - \omega t)})$$
$$e^{\pm i\theta} = \cos \theta \pm i \sin \theta$$

复指数函数和正、余弦函数表示简谐波之间**只是一个对应关系，而不是相等关系。**

Kramers - Kronig relation **实部和虚部等价**

$$\begin{aligned} U(z, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} U(z, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \\ &= \int_0^{\infty} U(z, \omega) e^{-i\omega t} d\omega + \int_{-\infty}^0 U(z, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \end{aligned}$$

$$U(z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(z, t) e^{i\omega t} dt \quad U^*(z, \omega) = U(z, -\omega)$$

$$\tilde{U}(z, t) = 2 \int_0^{\infty} U(z, \omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

$$\operatorname{Re}\{\tilde{U}(z, t)\} = \frac{\tilde{U}(z, t) + [\tilde{U}(z, t)]^*}{2} = U(z, t)$$

复振幅

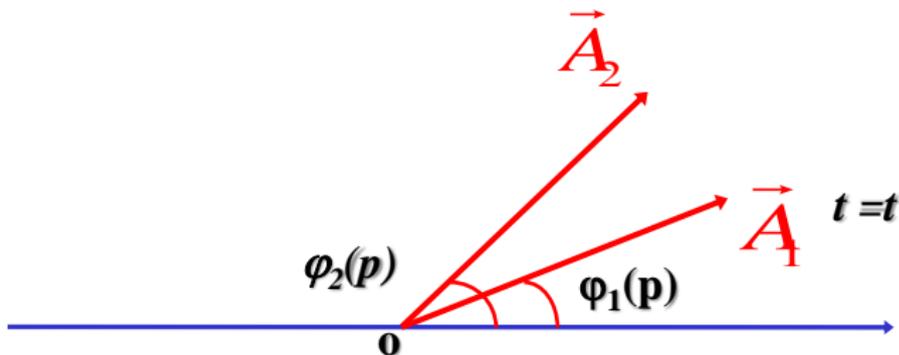
$$U(z, t) = A e^{-i(\omega t - kz)} = A e^{ikz} e^{-i\omega t}$$

采用复指数表示的波函数中，包含时间变量和空间变量的两部分完全分离开。

$$\tilde{U}(z) = A e^{ikz} \quad \tilde{U}(p) = A(p) e^{i\phi(p)}$$

称为**复振幅**，模量A代表振幅在空间的分布，其辐角代表相位在空间的分布，集波场中的两个空间分布于一身

复振幅的矢量表示-相幅矢量



矢量的长度和与参考方向的夹角分别代表复振幅的模和幅角

这种矢量图法一般用来求相同频率简谐波的合成，各矢量的位置不随时间发生变化，各矢量不再考虑旋转问题

平面波的复振幅

$$\tilde{U}(P) = A \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) = A \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)]$$

球面波的复振幅

1、发散球面波的复振幅

$$\frac{A}{r} e^{-i(\omega t - kr)} = \frac{A}{r} e^{ikr} e^{-i\omega t}$$

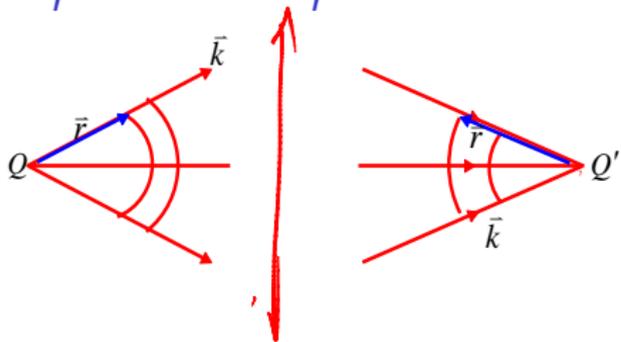
$$\tilde{U}(P) = \frac{A}{r} \exp(ikr)$$

$$\tilde{U}(x, y, z) = \frac{A}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}} \exp(ik\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2})$$

2、会聚球面波的复振幅

$$\tilde{U}(P) = \frac{A}{r} \exp(-ikr)$$

$$\frac{A}{r} e^{-i(\omega t + kr)} = \frac{A}{r} e^{-ikr} e^{-i\omega t}$$



$$\tilde{U}(x, y, z) = \frac{A}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}} \exp(-ik \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2})$$

光强的复振幅表示

根据电磁理论，可以用能流密度来描述能量的传递

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

对于平面波

$$S = |E \times H| = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E^2 \quad \sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H$$

光强（平均能流密度）

$$I = \langle S \rangle = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \langle E^2 \rangle$$

光强的复振幅表示

光强（平均能流密度）

$$I = 2 \langle E^2 \rangle$$

对于单色波

$$I = \frac{2}{T} \int_0^T E_0^2(p) \cos^2[\omega t - \varphi(p)] dt = E_0^2(p)$$

复振幅表示

$$I = \tilde{E}(p) \tilde{E}^*(p) = \tilde{E}(p, t) \tilde{E}^*(p, t) = I(t)$$

准单色波

波的线性叠加原理

在几列波相遇而互相交叠的区域中，**某点**的振动是各列波**单独**传播时在该点引起的振动的合成。

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t) + \dots$$

$$E(\vec{r}, t) = E_1(\vec{r}, t) + E_2(\vec{r}, t) + \dots$$

E_1 , E_2 分别表示各列波**单独**存在时，某时刻 t 在某一**确定场点处** r 产生的振动矢量， E 则表示**该场点在该时刻**的合成扰动的振动矢量

叠加原理可以看作是波的独立传播原理的必然结果

成立的条件

- 传播介质为线性介质。
- 振动不十分强。在振动很强烈时，线性介质会变为非线性的。

注意要点

- 不是强度的叠加，也不是振幅的简单相加，而是振动矢量（瞬时值）的叠加。
- 对于电磁波，就是电场强度（电场矢量，光矢量）、磁场强度的叠加

定态波叠加的方法

对于同频率、同振动方向的单色光

1. 代数法: 瞬时值相加

$$E_1 = E_{10} \cos(\varphi_1 - \omega t) \quad E_2 = E_{20} \cos(\varphi_2 - \omega t)$$

$$\text{合振动 } E = E_1 + E_2 = E_0 \cos(\varphi - \omega t)$$

$$\text{振幅 } E_0^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\text{相位 } \tan(\varphi) = \frac{E_{10} \sin(\varphi_1) + E_{20} \sin(\varphi_2)}{E_{10} \cos(\varphi_1) + E_{20} \cos(\varphi_2)}$$

叠加之后, 仍是定态光波

2. 复数法：复振幅相加

$$E_1 = E_{10}e^{i(\varphi_1 - \omega t)} = E_{10}e^{i\varphi_1}e^{-i\omega t} = \tilde{E}_1e^{-i\omega t}$$

$$E_2 = E_{20}e^{i(\varphi_2 - \omega t)} = E_{20}e^{i\varphi_2}e^{-i\omega t} = \tilde{E}_2e^{-i\omega t}$$

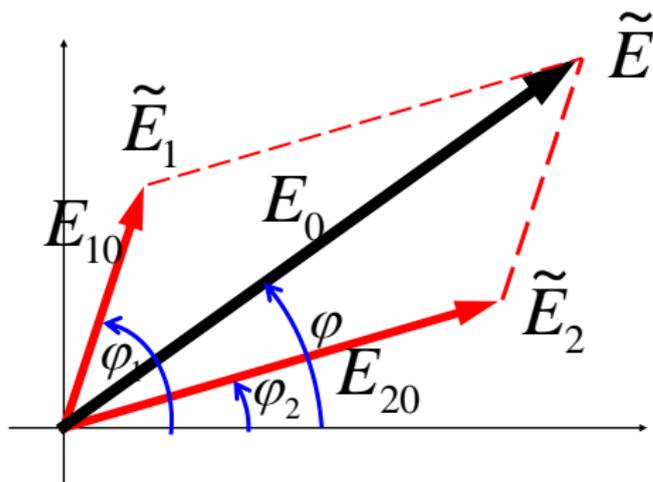
$$E = E_1 + E_2 = \tilde{E}_1e^{-i\omega t} + \tilde{E}_2e^{-i\omega t} = (\tilde{E}_1 + \tilde{E}_2)e^{-i\omega t}$$

$$\tilde{E} = \tilde{E}_1 + \tilde{E}_2 = E_{10}e^{i\varphi_1} + E_{20}e^{i\varphi_2} = E_0e^{i\varphi}$$

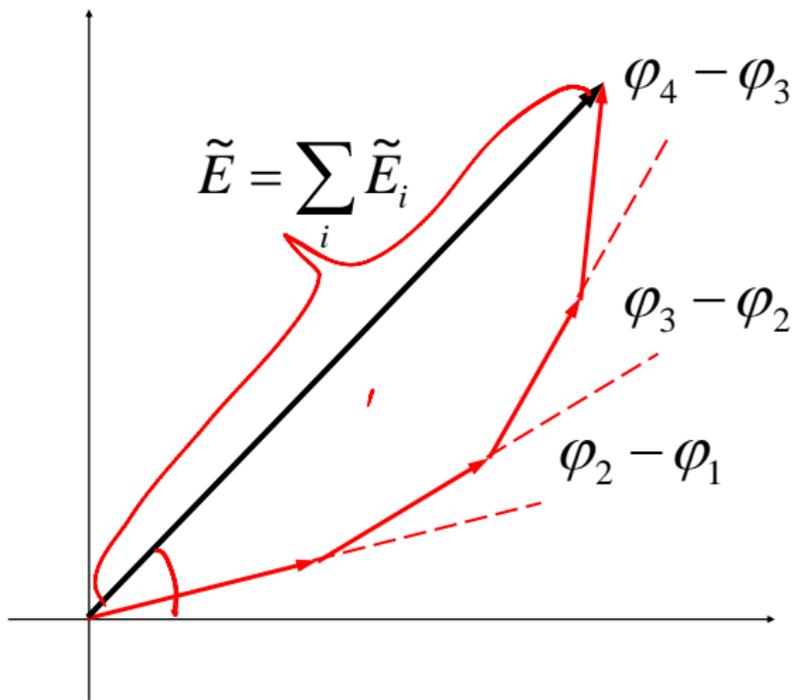
振幅和位相的表达式与代数方法相同

3. 矢量图解法:复振幅的矢量相加 在复空间中,复振幅用矢量表示

$$\tilde{E} = \tilde{E}_1 + \tilde{E}_2$$



- 连续多个振幅矢量的叠加



各个矢量首尾相接，夹角为相应的相位差

同频率简谐波叠加的一般分析及干涉概念

$$\vec{E}_1(p, t) = \vec{E}_{10} \cos[\omega t - \varphi_1(p)]$$

$$\vec{E}_2(p, t) = \vec{E}_{20} \cos[\omega t - \varphi_2(p)]$$

$$\tilde{E}_1(p) = \vec{E}_{10} \exp[i\varphi_1(p)]$$

$$\tilde{E}_2(p) = \vec{E}_{20} \exp[i\varphi_2(p)]$$

$$\varphi(p) = \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0$$

交叠区某点P

$$\tilde{E}(p) = \tilde{E}_1(p) + \tilde{E}_2(p)$$

P点的光强 (时间平均物理量)

$$I(p) = \tilde{E}(p) \cdot \tilde{E}^*(p) = [\tilde{E}_1(p) + \tilde{E}_2(p)] \cdot [\tilde{E}_1^*(p) + \tilde{E}_2^*(p)]$$

$$= E_{10}^2(p) + E_{20}^2(p) + 2\vec{E}_{10}(p) \cdot \vec{E}_{20}(p) \cos[\varphi_2(p) - \varphi_1(p)]$$

$$I(p) = I_1(p) + I_2(p) + \underbrace{2\vec{E}_{10}(p) \cdot \vec{E}_{20}(p) \cos \Delta\varphi(p)}_{\text{干涉项}}$$

干涉项

$I_1(p), I_2(p), \Delta\varphi(p)$ 分别表示两列波单独在 P 点产生的光强和两列波在 P 点的相差

两波叠加 P 点强度不是简单地等于每列波单独在该点 P 产生的强度之和

$\cos(\Delta\varphi(p)) > = < 0, \Delta\varphi(p)$ 与位置有关

因波的叠加而引起强度重新分布的现象，叫波的干涉

交叠区内光强随空间位置的分布就称为干涉图样

光的相干条件

$$I(p) = I_1(p) + I_2(p) + \underbrace{2 \vec{E}_{10}(p) \cdot \vec{E}_{20}(p) \cos \Delta \varphi(p)}_{\text{干涉项}}$$

(1) 频率相同 ? ?

干涉项

干涉项不为零→

$$(2) \vec{E}_{10}(p) \cdot \vec{E}_{20}(p) \neq 0$$

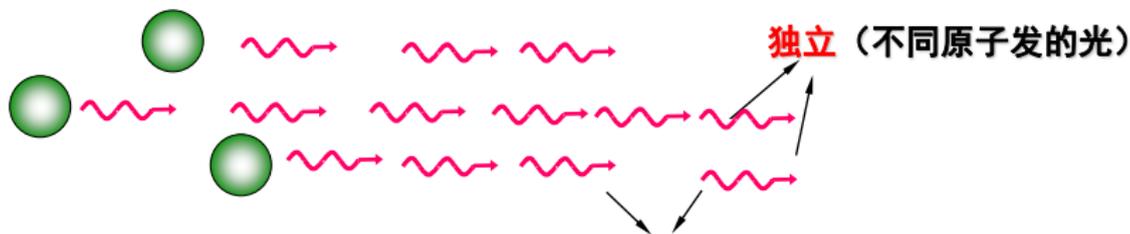
即两电场振动方向不垂直，存有相互平行的振动分量

(3) 对给定点P，有稳定的相位差 ? ?

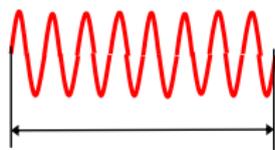
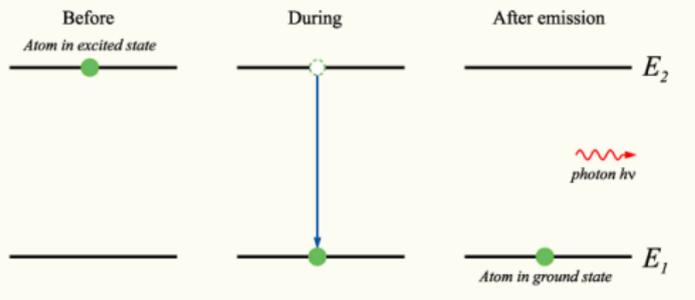
普通光源：自发辐射（一种随机过程）

间歇性

随机性



独立（同一原子先后发的光）



发光时间： $\tau_0 = 10^{-11} - 10^{-8} s$

波列长： $L = \tau_0 c$

对于任意两个同频率普通光源发出的光波

$$\Delta\varphi(p) = (kr_2 - kr_1) + (\varphi_{20} - \varphi_{10}) \quad (\varphi_{20} - \varphi_{10}) \text{ 不固定}$$

$\cos(\Delta\varphi)$ 的数值在 ± 1 之间迅速的改变(τ/τ_0)

测量（观测）的是时间的平均值

$$\langle \cos \Delta\varphi \rangle = 0, I = I_1 + I_2$$

光源是非相干光源

强度非相干叠加

$$\text{if} : \langle \cos \Delta\varphi \rangle = \cos \Delta\varphi$$

相干光源

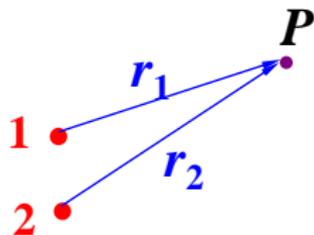
强度的再分布

不同频率的光能否干涉 ???

两单色点光源，在波场中某点P的振动分别为：

$$\vec{E}_1(p, t) = \vec{E}_{10}(p) \cos(\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_{10})$$

$$\vec{E}_2(p, t) = \vec{E}_{20}(p) \cos(\omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_{20})$$



P点的瞬时合振动 $\vec{E}(p, t) = \vec{E}_1(p, t) + \vec{E}_2(p, t)$

$$E^2(p, t) = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$$

$$= \vec{E}_{10}^2 \cos^2(\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_{10}) + \vec{E}_{20}^2 \cos^2(\omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_{20})$$

$$+ \vec{E}_{10} \cdot \vec{E}_{20} \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - (k_2 r_2 + k_1 r_1) + \varphi_{10} + \varphi_{20}]$$

$$+ \vec{E}_{10} \cdot \vec{E}_{20} \cos[\Delta \omega t - (k_2 r_2 - k_1 r_1) + \Delta \varphi_0]$$

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1; \Delta \varphi_0 = \varphi_{20} - \varphi_{10}$$

光的振动频率极高，E的瞬时值无法测定，实际可观测量是在某段时间间隔 τ 中的平均值（光强）

$$I(p) = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} E^2(p, t) dt = 2 \langle E^2(p, t) \rangle$$

$$* (\omega_1 + \omega_2) \tau \gg \gg \gg 2\pi$$

$$\langle \cos [(\omega_1 + \omega_2)t - (k_2 r_2 + k_1 r_1) + \varphi_{10} + \varphi_{20}] \rangle_{\tau} = 0$$

$$\text{Assume: } \vec{E}_1 \parallel \vec{E}_2$$

$$\therefore I(p) = I_1(p) + I_2(p) + 2\sqrt{I_1(p)I_2(p)} \langle \cos \Delta\varphi(p, t) \rangle$$

$$\Delta\varphi(p, t) = \Delta\omega t - (k_2 r_2 - k_1 r) + \Delta\varphi_0$$

在 τ 观察时间可以看到干涉效应→

$$\text{在时间间隔 } \tau \text{ 中 } \langle \cos \Delta\varphi(p, t) \rangle \neq 0$$

几个有关的时间尺度

1、光振动的时间周期 T （振动频率）

可见光波段 $T \sim 10^{-15} s$

2、探测器的时间响应（可分辨的最小时间间隔）

人眼： $\Delta t \sim 10^{-1} s$ ；光电探测器： $\Delta t \sim 10^{-9} s$

3、光源一次持续发光的时间（一个波列的持续时间）

（能级寿命） $\tau_0 \sim 10^{-9} - 10^{-8} s$

4、实验观测时间 τ

$$\tau > \Delta t \gg T$$

设 $\Delta\varphi_0$ 在时间 τ 中保持恒定

一般单色性较好的激光器，
相干时间为 $10^{-2} \sim 10^{-3}$ 秒

$\cos \Delta\varphi(t)$ 的变化周期 $\rightarrow T_b = 2\pi/\Delta\omega$



$\tau < T_b \Rightarrow$ 在观测时间 τ 中 $\Delta\varphi$ 的变化量 $\Delta\omega \cdot \tau < 2\pi$

在时间间隔 τ 中 $\langle \cos \Delta\varphi \rangle \neq 0$

可记录到干涉效应

单色性较好的激光可以实现 $T_b \sim \mu S - mS$

暂态干涉

$\tau \gg T_b \Rightarrow \Delta\omega \cdot \tau \gg 2\pi \Rightarrow \langle \cos \Delta\varphi(t) \rangle \rightarrow 0$

若要在充分长的时间中观测到稳定的干涉效应

$$\Delta\varphi(p, t) = k_2 r_2 - k_1 r_1 - \Delta\omega t + \Delta\varphi_0$$

$\tau \rightarrow \infty$ **稳定干涉** 只有在 $\Delta\omega=0$ 且 $\Delta\varphi_0$ =恒量

干涉的形成过程可依所考察的时间不同而分为三个层次：

场的瞬时叠加 \Rightarrow 暂态干涉 \Rightarrow 稳定干涉

以上本质上是一致的，除对**振动方向**的要求之外，起关键作用的是在所考察点各振动之间的**相位关系**。若在所考察时间间隔内各振动相位具有较好的相关性，则它们是相干的。否则，不相干。

以后的讨论只考虑 **稳定干涉**

必要条件（相干条件）

- @ 频率相同
- @ 存有相互平行的振动分量
- @ 有稳定的相位差

干涉现象是否显著 ??

干涉现象的显著程度可用干涉条纹的反衬度来描述

干涉条纹的反衬度 (对比度, 衬比度)

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad 0 \leq \gamma \leq 1$$

$I_{\min} = 0$, 干涉相消, $\gamma = 1$,

$I_{\max} = I_{\min}$, 光强均匀, $\gamma = 0$

γ 值越大, 条纹亮暗对比越清晰

当两束光具有稳定的相位差时， $\Delta\varphi$ 只是空间位置的函数

$$I(p) = I_1(p) + I_2(p) + 2\sqrt{I_1(p)I_2(p)} \cos\theta \cos\Delta\varphi(p)$$

$$\Delta\varphi(p) = 2m\pi \quad (m \text{ 为整数}) \quad I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos\theta$$

$$\Delta\varphi(p) = (2m+1)\pi \quad (m \text{ 为整数}) \quad I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2} \cos\theta$$

$$\gamma = \frac{2\sqrt{I_1I_2} \cos\theta}{I_1 + I_2} = \frac{2\sqrt{K} \cos\theta}{1 + K}$$

$$K = I_1/I_2$$



$$\theta = 0, \quad K = 1 \rightarrow \gamma = 1$$

- 1、两束光的振动方向尽可能一致
- 2、两束光的光强（振幅）尽可能接近

考虑振动方向完全一致的情况



$$\begin{aligned} I(p) &= I_1(p) + I_2(p) + 2\sqrt{I_1(p)I_2(p)}\cos\Delta\varphi(p) \\ &= E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20}\cos\Delta\varphi \end{aligned}$$

$\Delta\varphi(p) = 2m\pi$ (m 为整数) **相长干涉 (明) 极大**

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} = (E_{10} + E_{20})^2$$

$\Delta\varphi(p) = (2m+1)\pi$ (m 为整数) **相消干涉 (暗) 极小**

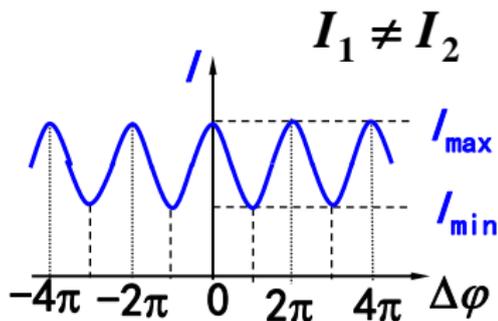
$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2} = (E_{10} - E_{20})^2$$

$$\gamma = \frac{2E_{10}E_{20}}{E_{10}^2 + E_{20}^2}$$

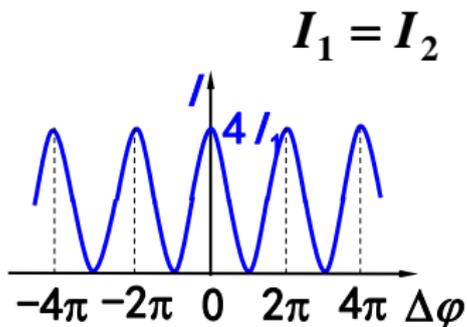
$$I = (E_{10}^2 + E_{20}^2)(1 + \gamma \cos \Delta \varphi)$$

$$E_{10} = E_{20} = A \Rightarrow \gamma = 1$$

$$I(p) = 2A^2[1 + \cos \Delta \varphi(p)] = 4A^2 \cos^2 \frac{\Delta \varphi}{2}$$



衬比度差 ($\gamma < 1$)



衬比度好 ($\gamma = 1$)

▲ 决定反衬度的因素:

振幅比 (光强比)

偏振性

光源的单色性

光源的宽度

研究干涉的具体规律时主要有两点:

(1) 光强分布基本公式 \Rightarrow 计算光强分布

$$I(p) = I_1(p) + I_2(p) + 2\sqrt{I_1(p)I_2(p)}\cos\Delta\varphi(p)$$

(2) 相位差或光程差判据 \Rightarrow 确定明暗条纹位置

$$\Delta\varphi = \pm 2m\pi$$

$$\Delta\varphi = \pm(2m+1)\pi$$

$$\Delta L = \pm m\lambda$$

$$\Delta L = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\varphi = k \cdot L$$

两列同频率、同振动方向的平面波的叠加

假设三维平面波的振动方向相同（故可用标量波表示）：

$$\tilde{E}_1(\vec{r}) = E_{10} \exp[i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_{10})]$$

$$\tilde{E}_2(\vec{r}) = E_{20} \exp[i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varphi_{20})]$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi$$

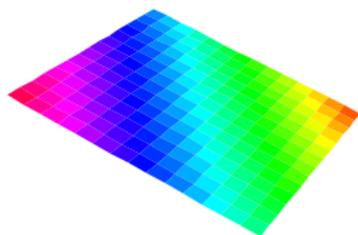
$$\Delta\varphi = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} + \varphi_{20} - \varphi_{10}$$

$$\text{令 } \varphi_{20} - \varphi_{10} = 0$$

$$ax + by + cz = \text{常数}$$

$$\Delta\varphi = [(k_{2x} - k_{1x})x + (k_{2y} - k_{1y})y + (k_{2z} - k_{1z})z]$$

$\Delta\varphi$ 相同的点的集合构成了三维空间中的等强度面



$$\Delta\varphi = [(k_{2x} - k_{1x})x + (k_{2y} - k_{1y})y + (k_{2z} - k_{1z})z]$$

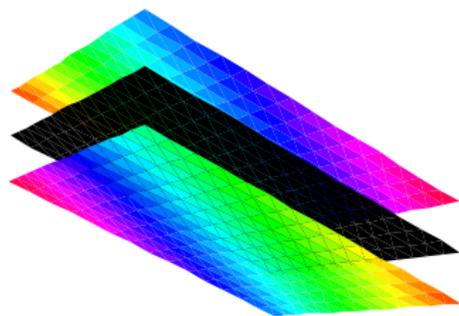
$$\Delta\varphi = k[(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)x + (\cos\beta_2 - \cos\beta_1)y + (\cos\gamma_2 - \cos\gamma_1)z]$$

$$= \begin{cases} 2m\pi & \text{max} \\ (2m+1)\pi & \text{min} \end{cases}$$

$\alpha_1, \beta_1, \gamma_1; \alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ 分别为 \vec{k}_1, \vec{k}_2 方位角

干涉图样是**三维**空间中一族光强极大极小相间排列的平行平面

周期??



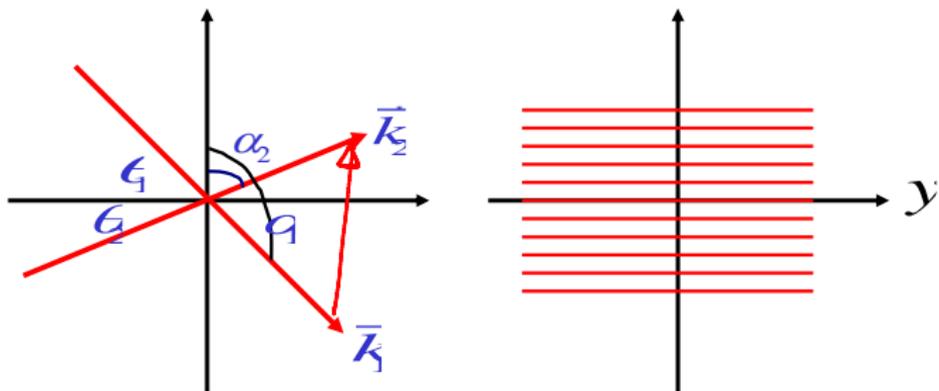
分析如下两相干平面波在xy平面的干涉图样

$$\vec{k}_1, \vec{k}_2 \subset xz$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} + \theta_1$$

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_2$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \frac{\pi}{2}$$



$$f_x = \frac{\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1}{\lambda} = \frac{\sin \theta_2 + \sin \theta_1}{\lambda}, f_y = 0$$

$$d_x = \frac{1}{f_x} = \frac{\lambda}{\sin \theta_2 + \sin \theta_1}, d_y = \infty$$

普通光源是完全随机光源

自发辐射

波列相位随机， 偏振随机， 长度随机

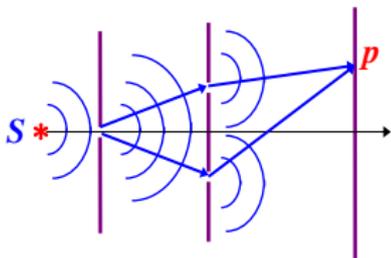
⊗两个实际点光源或面光源的两个独立部分或同一点源不同时刻

即使波长相等，也是非
相干的

普通光源获得相干光的途径：“自己与自己相干”

同一波列 → 分割 → 再相遇

◆ 分波前法 杨氏实验



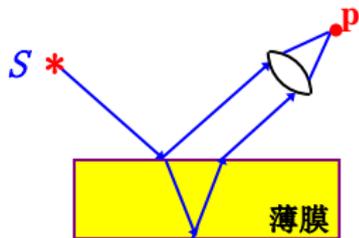
光束分裂在波前不同位置

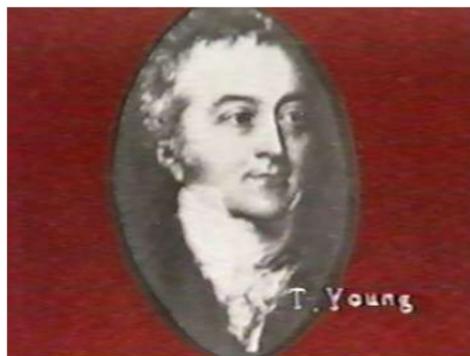
光束分裂在波前同一位置

◆ 分振幅法

薄膜干涉

迈克尔逊干涉仪

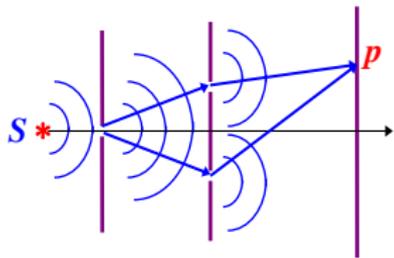




托马斯·杨（Thomas Young, 1773~1829）英国医生、物理学家，光的波动说的奠基人之一。他不仅在物理学领域领袖群英、名享世界，而且涉猎甚广，光波学、声波学、流体动力学、造船工程、潮汐理论、毛细作用、用摆测量引力、虹的理论……力学、数学、光学、声学、语言学、动物学、埃及学……他对艺术还颇有兴趣，热爱美术，几乎会演奏当时的所有乐器，并且会制造天文器材，还研究了保险经济问题。而且托马斯·杨擅长骑马，并且会耍杂技走钢丝。杨2岁时学会阅读，对书籍表现出强烈的兴趣；4岁能将英国诗人的佳作和拉丁文诗歌背得滚瓜烂熟；不到6岁已经把圣经从头到尾看过两遍，还学会用拉丁文造句；9岁掌握车工工艺，能自己动手制作一些物理仪器；几年后他学会微积分和制作显微镜与望远镜；14岁之前，他已经掌握10多门语言，包括希腊语、意大利语、法语等等，不仅能够熟练阅读，还能用这些语言做读书笔记

杨氏干涉实验

说明：普通光源（日光、灯光、烛光）；针孔，双孔



物理过程：光源所发出的大量光波，其中的**每一列**经过上述装置分为两相干光，干涉叠加形成一光强分布；同时，同一时间总是有大量的原子跃迁发出大量的互不干涉的波列，每一个波列，到达P点都经历一个自我干涉的过程，**不同的波列**间不相干直接为强度相加。

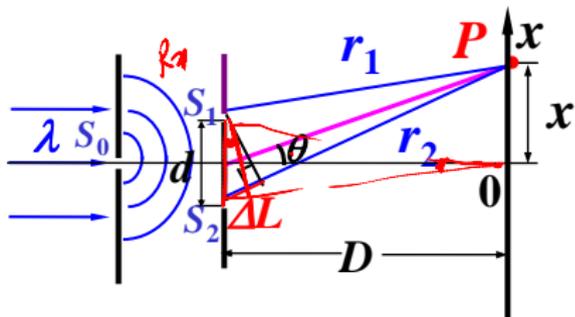
$$I(p) = \sum_{i=1}^N I_i = \sum_{i=1}^N (E_{i1}^2 + E_{i2}^2 + 2E_{i1}E_{i2} \cos \Delta\varphi_i)$$

$i \rightarrow$ 在 t 时刻光源中第 i 个原子跃迁；

$\Delta\varphi_i$ 取决于单, 双孔, 场点的相对位置和波长 (λ)

具体情况分析:

准单色光,



$d \sim 0.1\text{mm} - 1\text{mm}, D \sim 1\text{m} - 10\text{m}, x \sim 1\text{cm} - 10\text{cm}$

P点的相位差

$$\Delta\varphi(p) = k(r_2 - r_1) + \varphi_{20} - \varphi_{10} \quad R_1 = R_2$$

$$\varphi_{20} = \varphi_0(t) + \frac{2\pi}{\lambda} R_2 \quad \varphi_{10} = \varphi_0(t) + \frac{2\pi}{\lambda} R_1$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi(p) = k(r_2 - r_1)$$

光程差: $\Delta L = r_2 - r_1$

P点位置满足

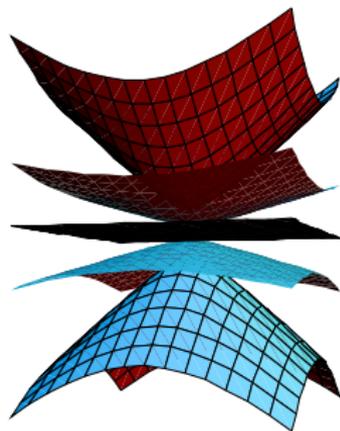
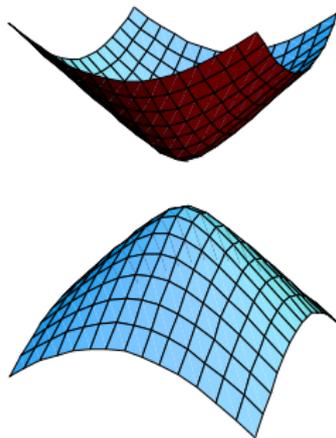
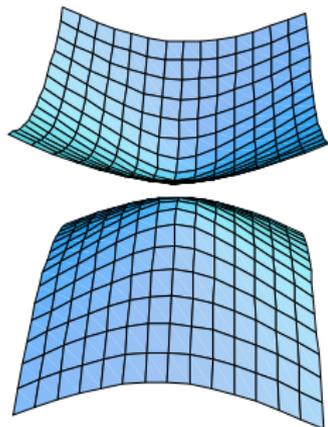
$$r_2 - r_1 = \pm m\lambda$$

亮区 (面)

$$r_2 - r_1 = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2}$$

暗区 (面)

在三维空间中是以 S_1 , S_2 为焦点的旋转双曲面族, 亮面暗面相间排列



傍轴近似

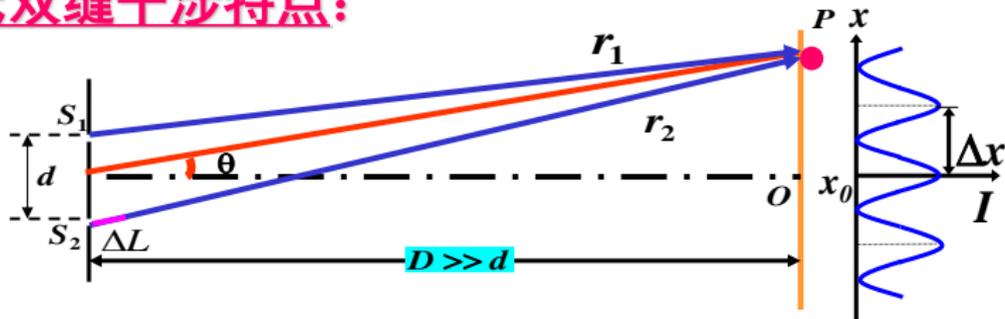
$$\Delta L = |PS_2| - |PS_1| = \sqrt{\left(x - \left(-\frac{d}{2}\right)\right)^2 + y^2 + D^2} - \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2 + D^2}$$
$$\approx D\left[1 + \frac{\left(x + d/2\right)^2 + y^2}{2D^2}\right] - D\left[1 + \frac{\left(x - d/2\right)^2 + y^2}{2D^2}\right]$$

$$= \frac{xd}{D}$$

Taylor 展开到1阶

为了提高条纹的亮度，S，S1，S2常用三条相互平行的狭缝来代替

杨氏双缝干涉特点:



$$d \sim 0.1\text{mm} - 1\text{mm}, D \sim 1\text{m} - 10\text{m}, x \sim 1\text{cm} - 10\text{cm}$$

干涉图样的强度分布

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi \quad \text{if } I_1 = I_2 = I_0 \Rightarrow I = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$$

傍轴

$$x = D \tan \theta \approx D \sin \theta \Rightarrow \sin \theta \approx \frac{x}{D}$$

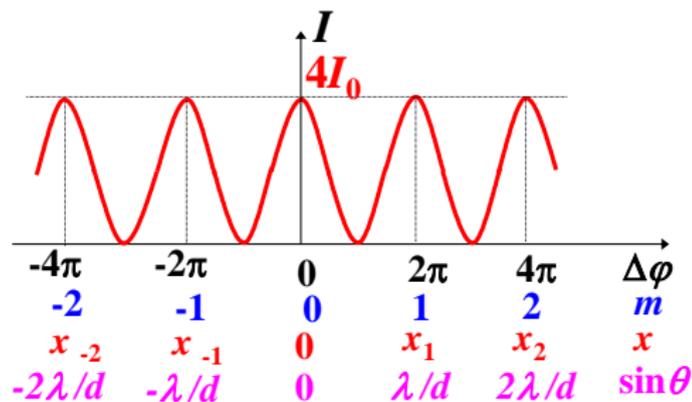
$$\left(\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \right)$$

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d}{D\lambda} x \right)$$

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta \right)$$

光强曲线

光强变化平稳、缓和，
即随位相差缓慢变化，
两光束干涉特点



$$d \frac{x}{D} = \begin{cases} m\lambda \\ (2m+1)\frac{\lambda}{2} \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} m \frac{D}{d} \lambda & \leftrightarrow I_{\max} \\ (m + \frac{1}{2}) \frac{D}{d} \lambda & \leftrightarrow I_{\min} \end{cases} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots)$$

讨论: (傍轴)

$$x = \begin{cases} m \frac{D}{d} \lambda \\ (m + \frac{1}{2}) \frac{D}{d} \lambda \end{cases}$$

(1) 一系列平行的明暗相间的条纹, 和双缝平行

(2) 相邻两条明(暗)纹的间距
条纹间距相等、与级数无关

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$$

(3) 中间级次低

(4) $d \downarrow, \lambda \uparrow, \Delta x \uparrow$, 条纹越清晰

(5) $\lambda = (\Delta x \cdot d) / D$ 可测出各种光波的波长

(6) 若白光入射, 得彩色条纹分布

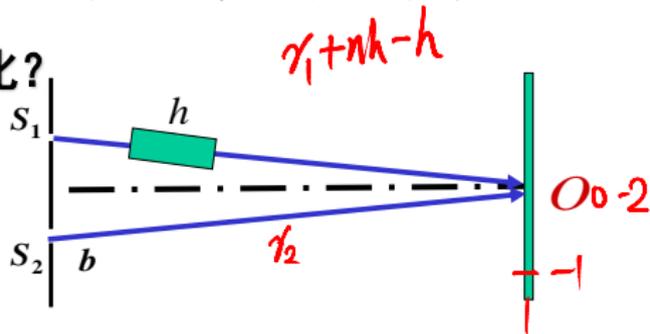
干涉条纹的移动

任何原因引起的**光程差**变化必导致干涉条纹的移动

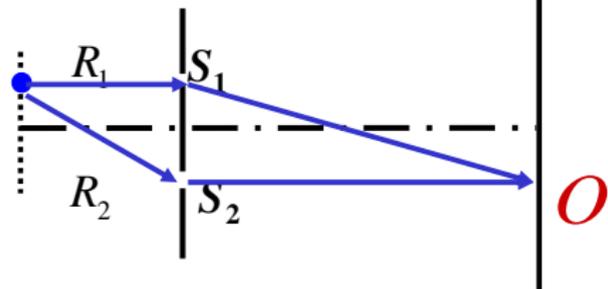
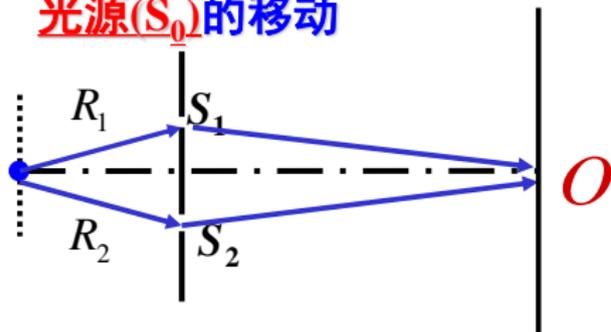
定点考察 **O** 处干涉条纹如何变化?

$$\Delta L = r_2 - nh - (r_1 - h) = (1-n)h$$

$$m = \frac{\Delta L}{\lambda} = \frac{(1-n)h}{\lambda}$$



光源(S₀)的移动



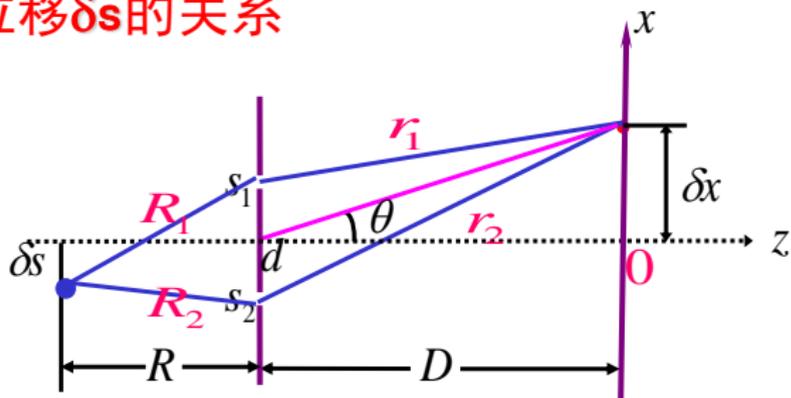
O

$$\Delta L = (R_2 + r_2) - (R_1 + r_1) = 0$$

条纹位移 δx 与源位移 δs 的关系

单色点光源

$$R \gg d; D \gg d$$



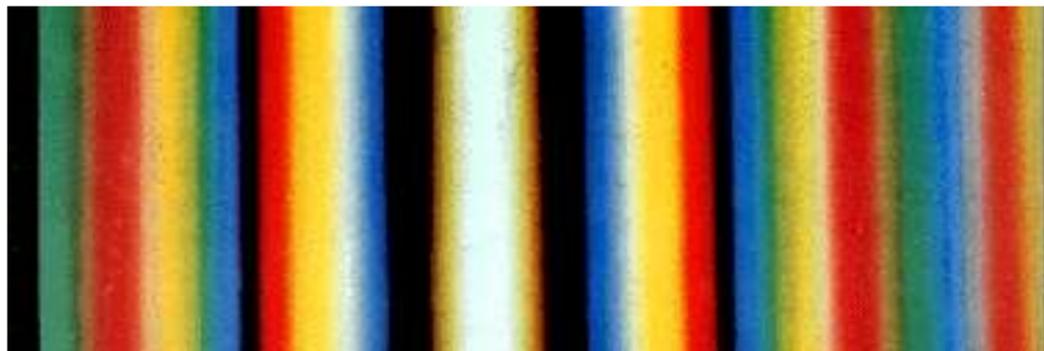
$$\text{傍轴近似} \rightarrow r_2 - r_1 \cong d \frac{x}{D} \quad R_2 - R_1 \cong d \frac{s}{R}$$

$$\Delta L = (R_2 + r_2) - (R_1 + r_1) = d \frac{s}{R} + d \frac{x}{D}$$

追踪某级条纹位置 $\Rightarrow \delta x = -\frac{D}{R} \delta s$ δx 和 δs 移动方向相反



红光入射的杨氏双缝干涉照片

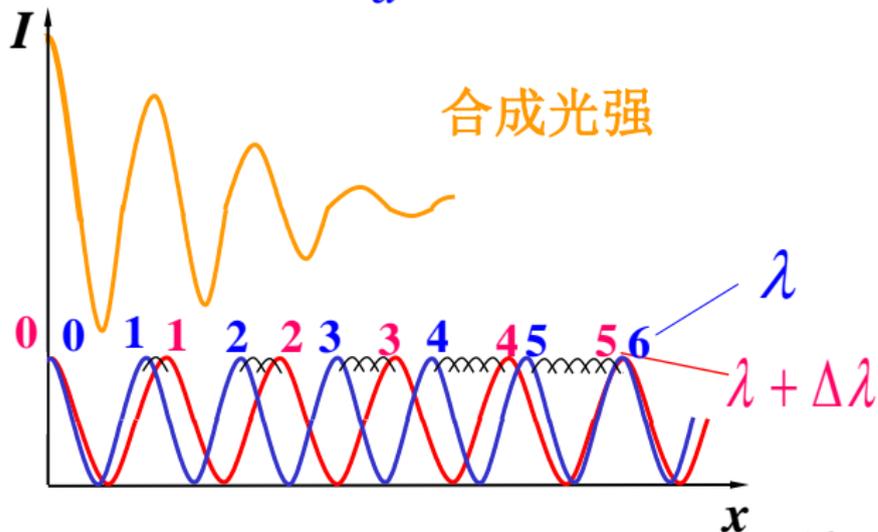


白光入射的杨氏双缝干涉照片

可用来确定0级位置

非单色性对干涉条纹的影响

$$x_m = m \frac{D}{d} \lambda$$



$$x = (m+1) \frac{D}{d} \lambda$$

$$x = m \frac{D}{d} (\lambda + \Delta\lambda)$$

最高可分辨级次

$$m_{\max} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

相应光程差

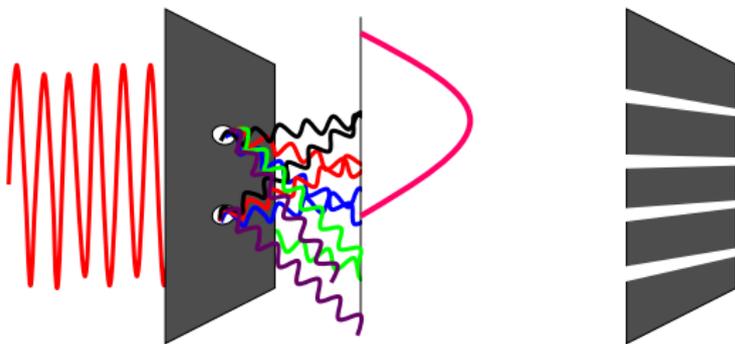
$$\Delta l_m = m_{\max} (\lambda + \Delta\lambda) = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} + \lambda$$

对杨氏干涉的评价

简单：只有一个分光波的装置

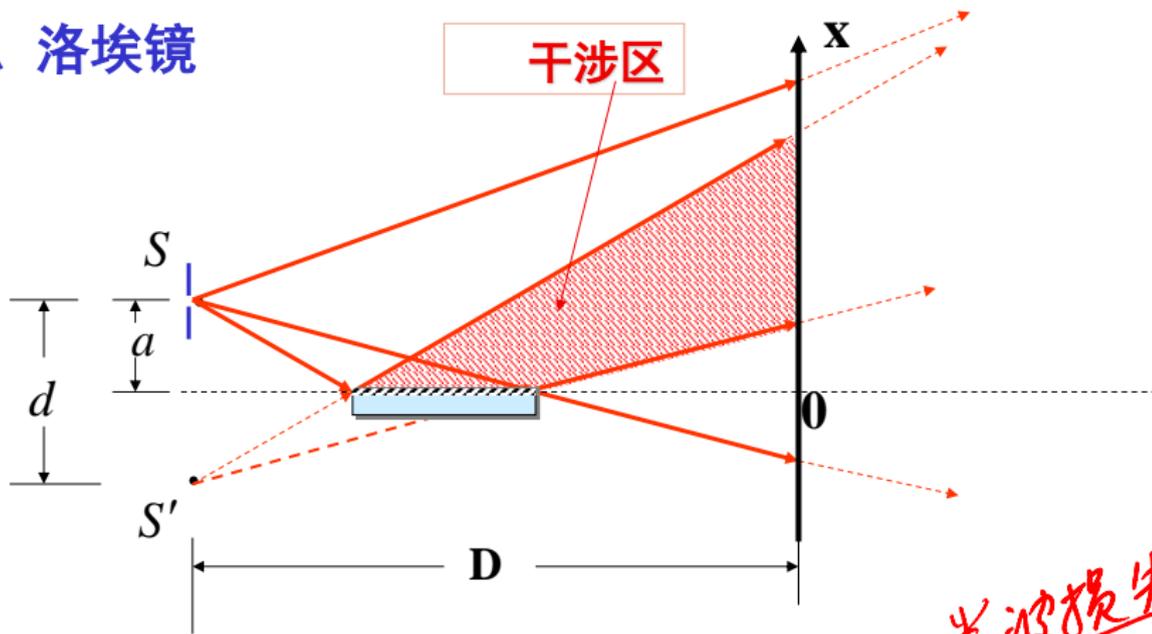
巧妙：自身之间相干叠加；不同波列之间光强叠加（非相干）

深刻：找到了相干光，这是量子光学的基石之一



验证了惠更斯原理中的次波概念的实在性，并进一步证明了波前上各次波源的相干性，这为光波衍射理论的形成准备了思想基础

1、洛埃镜

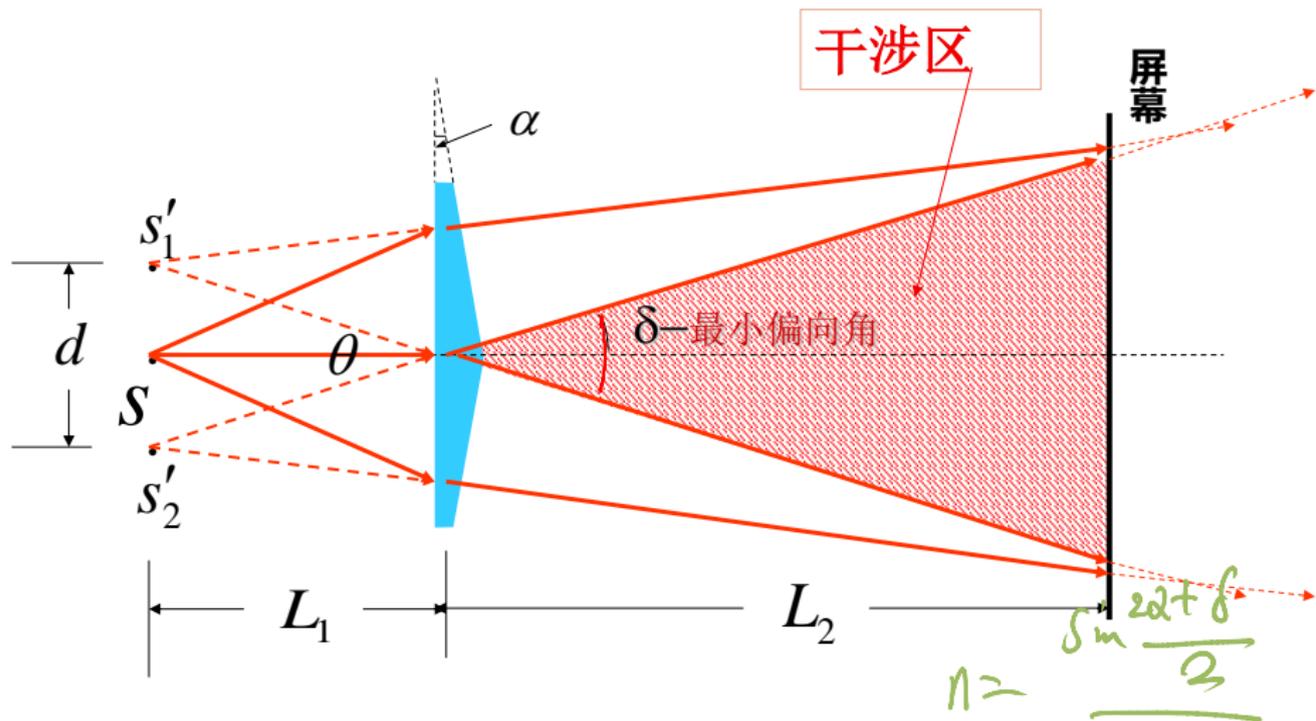


S 与其像 S' 等效于杨氏双缝

若 S 和 S' 是杨氏双缝时屏上为明条纹的地方，现在应为暗条纹

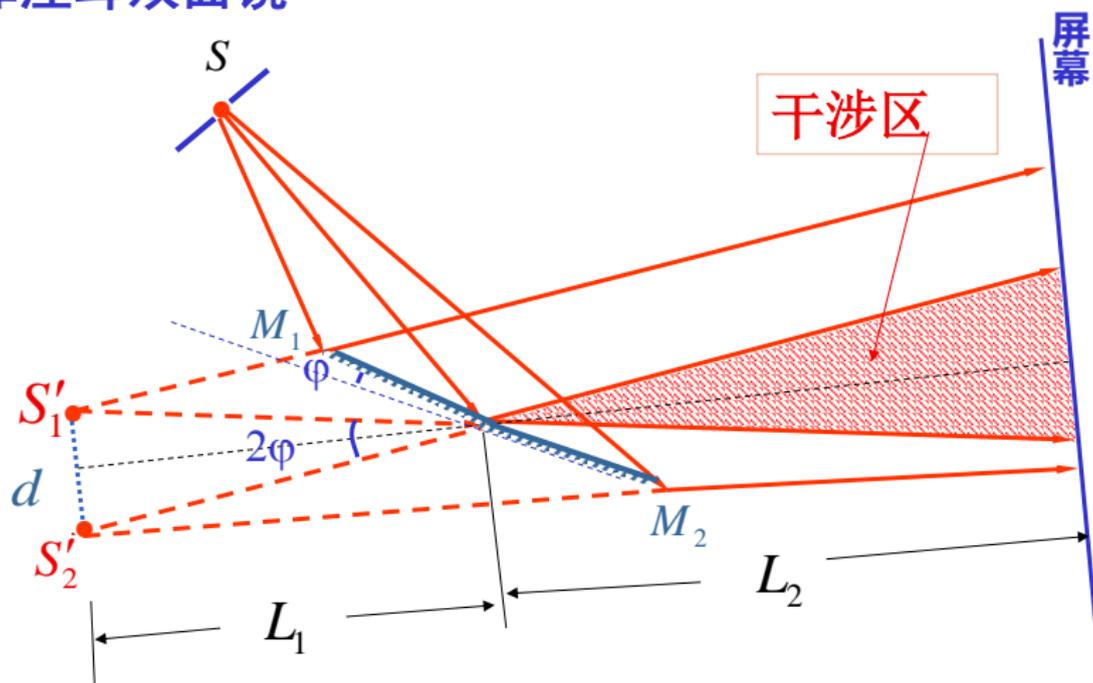
条纹间距:
$$\Delta x = \frac{\lambda D}{d}$$

2、菲涅耳双棱镜



像 S_1 S_2 相当于杨氏干涉中双孔, $L_1+L_2=D$

3、菲涅耳双面镜



两虚象等效于杨氏双孔: $d = L_1 2\varphi$

$$D = L_1 + L_2$$

条纹间距为:
$$\Delta x = \frac{\lambda(L_1 + L_2)}{2L_1\varphi}$$

几点说明:

倍轴

- (1) 线光源代替点光源，可提高干涉条纹的亮度
- (2) 能量在空间重新分布（能量守恒）
- (3) 条纹周期性是光波周期性通过干涉效应的另一种表现形式

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$$

- (4) 高相干性的激光，可直接照明双孔而产生好的干涉条纹

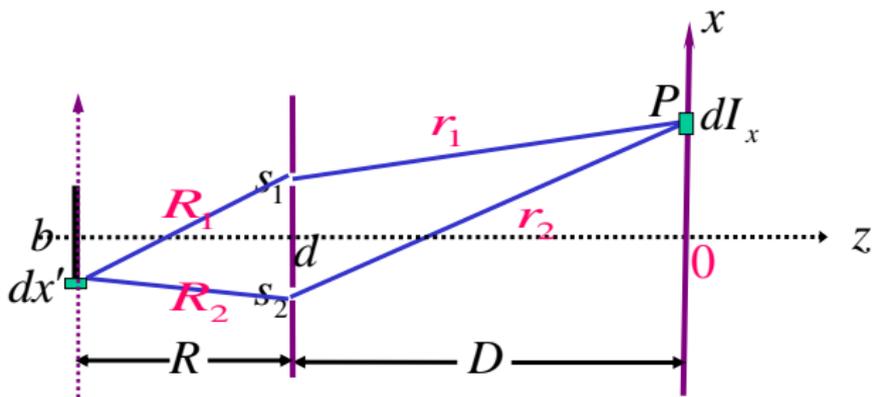
光场的相干性

? 光源的空间展宽 \longrightarrow 光场的空间相干性

? 光源的光谱展宽 \longrightarrow 光场的时间相干性

杨氏实验为基础

分析一种展宽的效果时假定另一种展宽并不存在



扩展光源上一单位点源 (x') 在屏上P点 (x) 产生的光强

$$dI_x(p) = 2I_0 dx' \left[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L \right]$$

$$\Delta L = \underline{(R_2 - R_1)} + \underline{(r_2 - r_1)} = d \frac{x'}{R} + d \frac{x}{D}$$

$$I = \int_{-b/2}^{b/2} 2I_0 dx' \left[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{d}{R} x' + \frac{d}{D} x \right) \right]$$

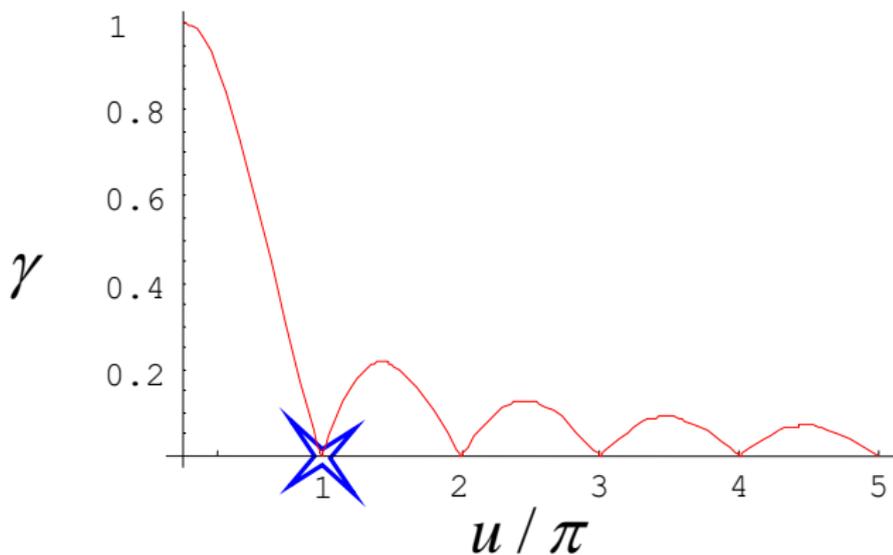
$$\text{令: } u = \frac{\pi b d}{\lambda R}$$

$$= 2I_0 b + 2I_0 \frac{\lambda R}{\pi d} \sin \frac{\pi b d}{\lambda R} \cos \frac{2\pi d}{\lambda D} x$$

$$= 2I_0 b \left(1 + \frac{\sin u}{u} \cos \frac{2\pi d}{\lambda D} x \right)$$

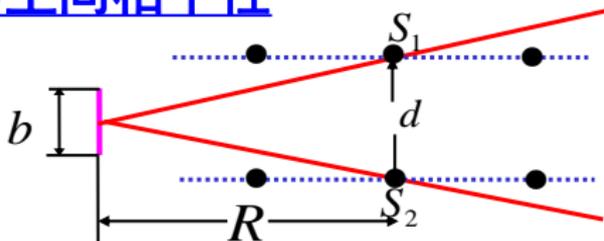
$$\therefore \gamma = \left| \frac{\sin u}{u} \right|$$

$$\gamma = \left| \frac{\sin u}{u} \right|; \quad u = \frac{\pi b d}{\lambda R}$$

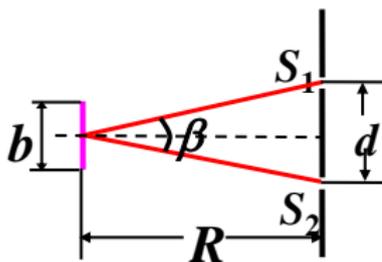


γ 第一次为0出现在 $u=\pi \Rightarrow b_c = R\lambda/d$ 光源极限宽度

光场的空间相干性



相干面积（正方形，圆）



$$\beta = \frac{d}{R} = \frac{\lambda}{b}$$

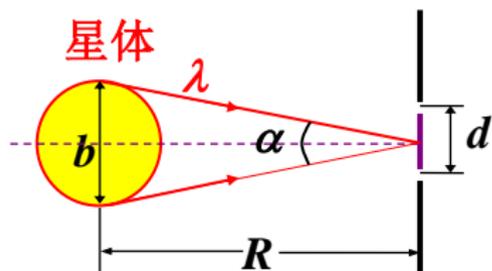
相干孔径角 d 对光源中心的张角

在 β 范围内的光场中，正对光源的平面上的任意两点的光振动是相干的

β 越大空间相干性越好

b 越小空间相干性越好，点光源照明的空间里（横向范围）波面上各点是完全相干的

利用空间相干性可以测遥远星体的角直径 α



使 $d = d_c$, 条纹消失

$$\alpha = \frac{\lambda}{d_c}$$

小结

1. 空间相干性问题源于普通光源的不同部分不相干
2. 理想点光源照明的空间里波面上各点是完全相干的
3. 扩展光源只在波前的一定范围内各点才是相干的
4. 普通光源的空间展宽越大，其光场的空间相干范围越小

分振幅干涉

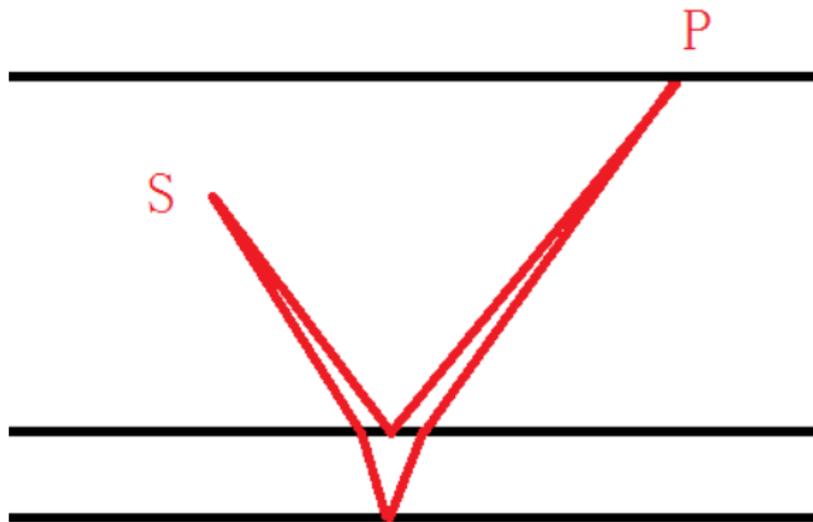
入射光束被薄膜分解为两束光, 在空间交叠而形成干涉场

▲ 薄膜干涉→分振幅干涉

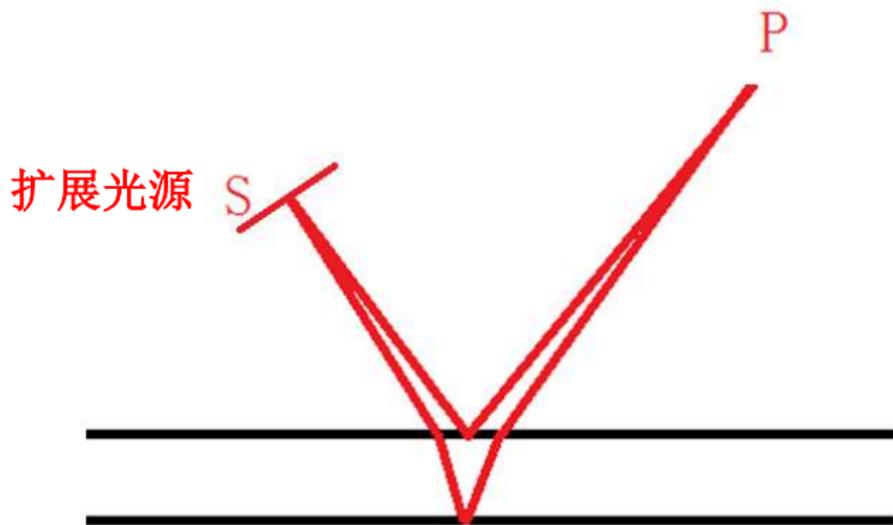
点光源的薄膜干涉

干涉条纹-同心圆

薄膜两面不平行仍然是非定域的



光源有一定的宽度???



不同点光源强度代数相加

薄膜干涉的定域问题

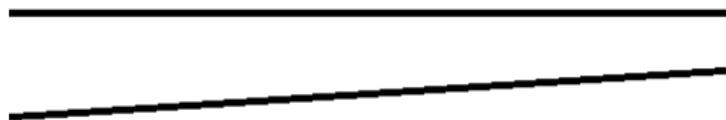
光源宽度的变化，空间不同区域干涉场的衬比度也变化，但存在一个特定区域，这里的衬比度下降最慢或始终不下降，衬比度不因光源扩展而降低的特定区域（曲面），为定域中心

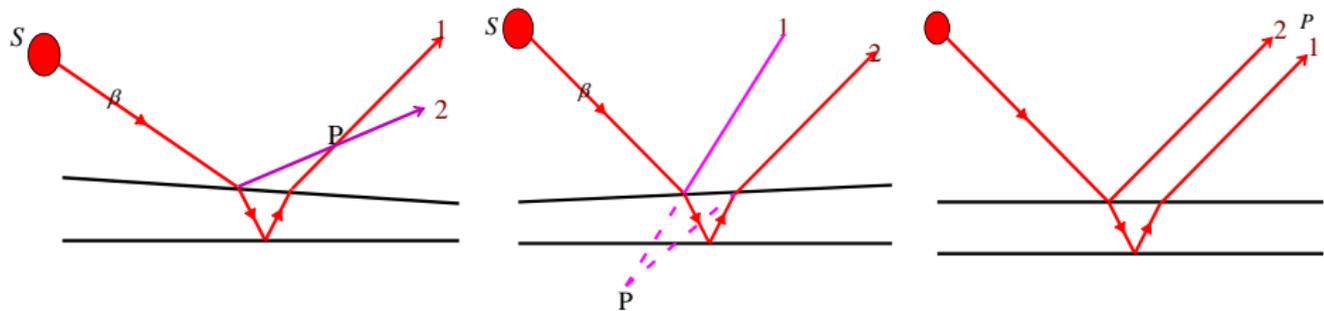
定域中心曲面在空间的位置与膜层几何特征有关

光源有一定的宽度? ? ?

定域中心

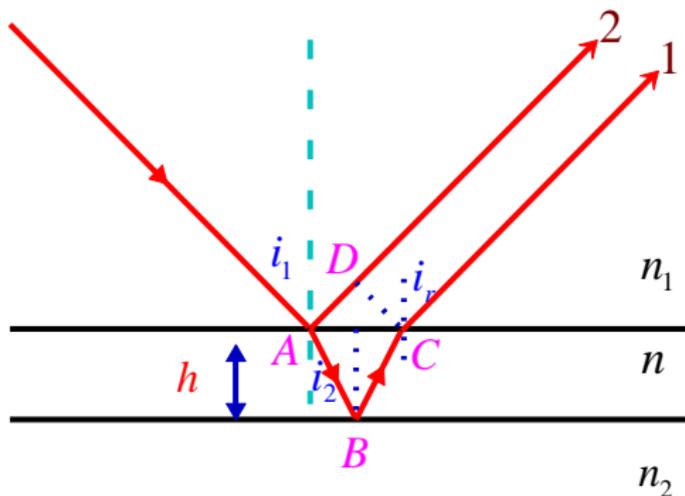
定域深度





干涉区域：膜层表面(上方 or 下方)、无穷远

半波损失



$$\Delta L = n(AB + BC) - n_1 AD$$

$$AB \approx BC \approx h / \cos i_2 \quad AD \approx AC \sin i_1 \approx 2h \tan i_2 \sin i_1$$

一、等倾干涉（厚度均匀的薄膜干涉）

定域中心： 无穷远处

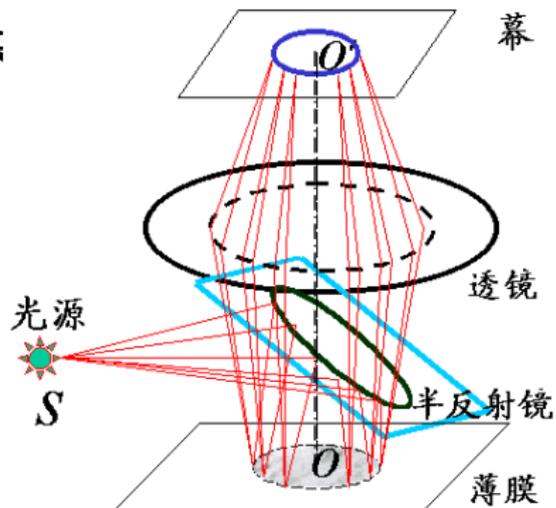
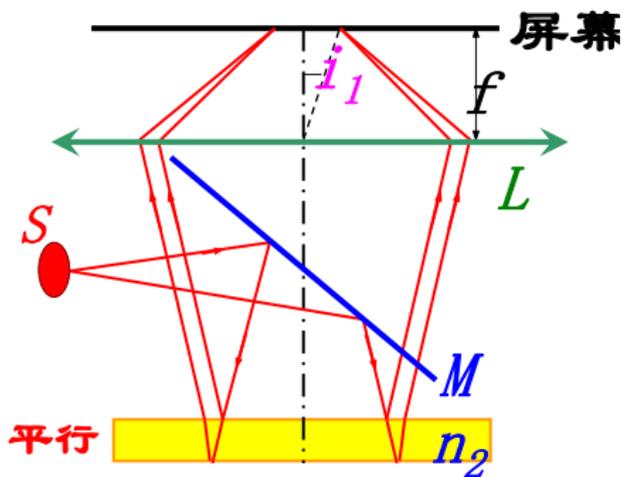
二、等厚干涉（厚度不均匀的薄膜干涉）

1、劈尖干涉

定域中心： 薄膜表面

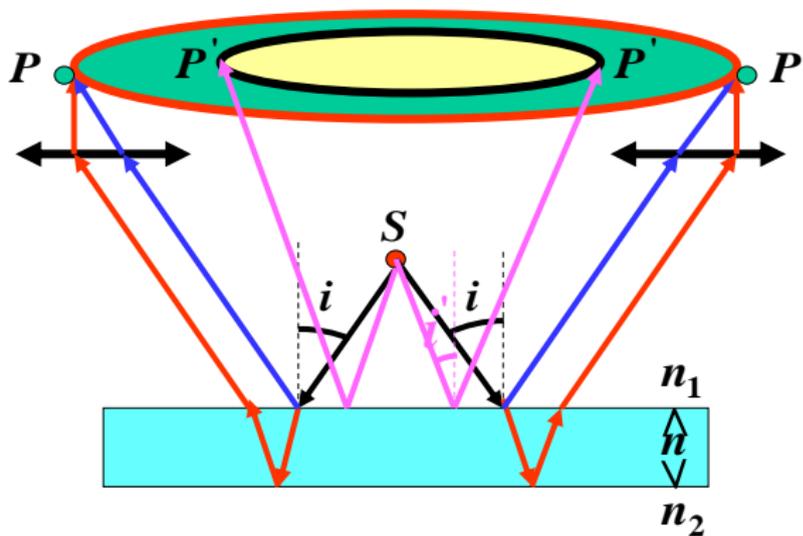
2、牛 顿 环

等倾条纹



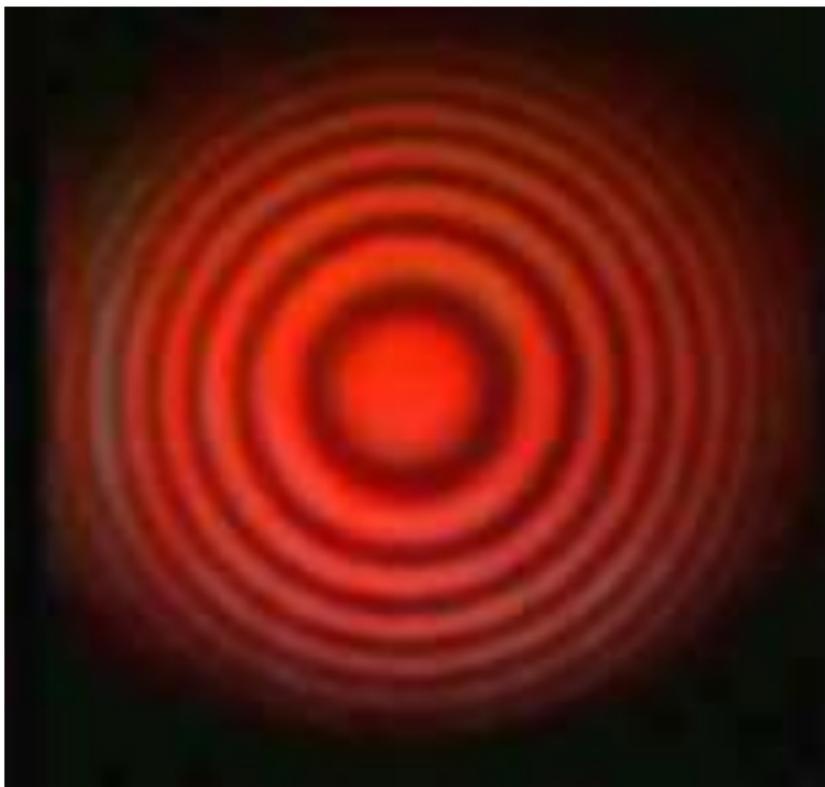
光源的宽度??

观察等倾条纹的实验装置和光路



明暗条件

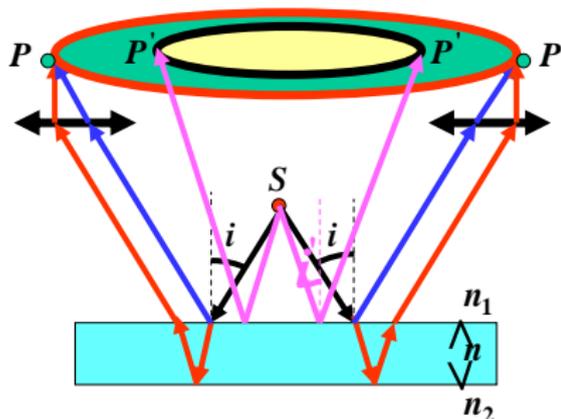
$$2h\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} m\lambda & (m = 1, 2, 3 \dots) \text{ max} \\ (2m + 1)\frac{\lambda}{2} & (m = 0, 1, 2 \dots) \text{ min} \end{cases}$$



等倾干涉条纹照片

条纹特征

- 1、等倾条纹是一组同心圆
(具有中心对称性)
- 2、愈往中心，条纹级别愈高



$$2h\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} m\lambda & m = 1, 2, \dots \text{max} \\ (2m+1)\lambda/2 & m = 0, 1, 2, \dots \text{min} \end{cases}$$

3、愈往边缘圆环的间隔愈密（内疏外密）*

从中心数起来第N个条纹附近相邻
两圆环间角间距（对透镜中心）

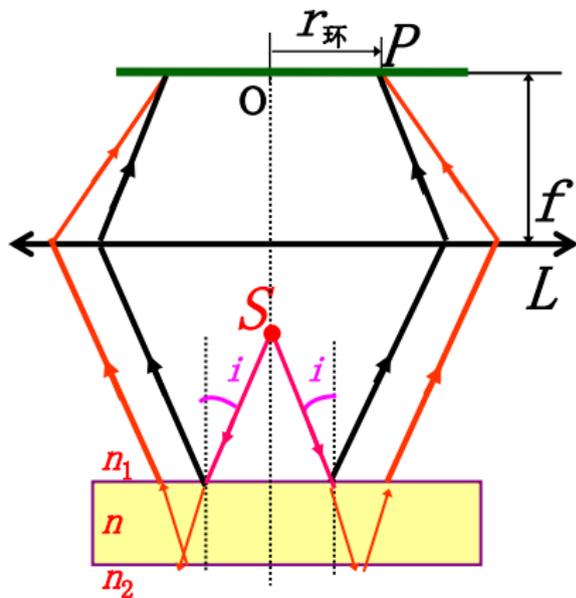
$$\Delta i_N = \frac{n\lambda}{2n_1^2 h i_N}$$

$$\Delta r_N = f \Delta i_N = \frac{fn\lambda}{2n_1^2 h i_N}$$

$$\Rightarrow r_N \uparrow$$

$$N \uparrow \Rightarrow i_N \uparrow$$

$$\Rightarrow \Delta r_N \downarrow$$



4、动态反应

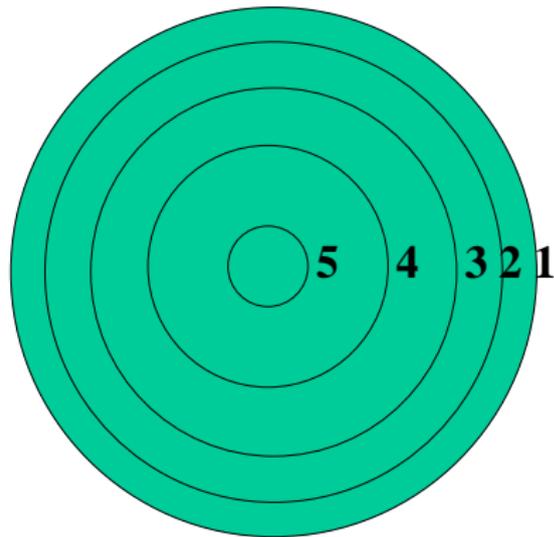
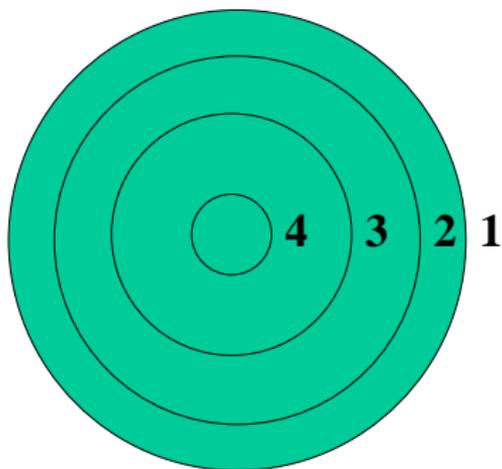
考察中心点

$$\Delta L_0 = 2nh = m\lambda$$

若 $h \uparrow$ 则 $m \uparrow$

$$h \xrightarrow{\Delta} \frac{\lambda}{2n} \quad \text{中心级次} \rightarrow m + 1$$

原来是第4级条纹的位置现在是第5级，4、3、2、1级分别向外移动一条，故看到 **条纹自内向外冒出**



连续增加薄膜的厚度，视场中条纹自里向外冒出，
反之，缩入

根据冒出的条纹数 N ，可测定微小厚度的变化

$$N \frac{\lambda}{2n}$$

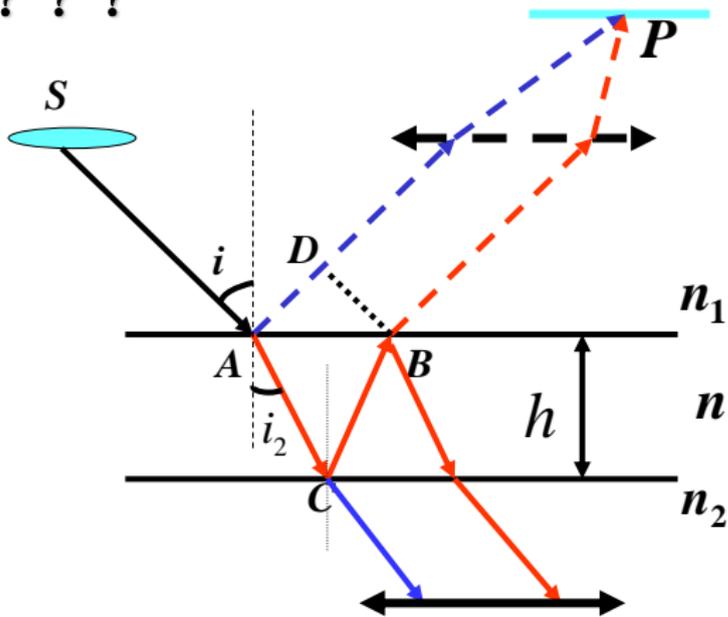
波长对条纹分布的影响

$$2hn \cos i_2 + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} m\lambda & m = 1, 2, \dots \text{max} \\ (2m+1)\lambda/2 & m = 0, 1, 2, \dots \text{min} \end{cases}$$

$$m, h \text{ 一定, } \lambda^{\uparrow} \rightarrow i \downarrow \rightarrow r_m \downarrow$$

复色光照明，长波长在里，短波长在外

透射光也有干涉现象???



$$\Delta L' = 2h\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \begin{cases} m\lambda & (m = 1, 2, 3 \dots) \text{ max} \\ (2m + 1) \frac{\lambda}{2} & (m = 0, 1, 2 \dots) \text{ min} \end{cases}$$

若光垂直入射

$$2nh + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} m\lambda & (m = 1, 2, 3 \dots) \text{max} \\ (2m + 1)\frac{\lambda}{2} & (m = 0, 1, 2 \dots) \text{min} \end{cases}$$

单色光垂直入射，在薄膜表面上：

或全亮或全暗、或一片均匀的光亮，没有干涉条纹。

复色光垂直入射，在薄膜表面上：

有的颜色亮，有的消失，没有干涉条纹。

[例]在白光下，观察一层折射率为 1.30的薄油膜，若观察方向与油膜表面法线成 30° 角时，可看到油膜呈蓝色(波长为 4800\AA)，试求油膜的最小厚度，如果从法向观察，反射光呈什么颜色？

解：需考虑额外程差。根据明纹条件

$$\begin{aligned}\Delta L &= 2h\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \\ \therefore h &= \frac{(2m-1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = \frac{(2m-1) \times 4.8 \times 10^{-7}}{4\sqrt{1.3^2 - 0.5^2}} \\ &= (2m-1) \times 1.0 \times 10^{-7} \text{ m}\end{aligned}$$

$m=1$ 时有 $h_{\min} = 1.0 \times 10^{-7} \text{ m}$

从法向观察, $i=0$: $2nh + \lambda/2 = m\lambda$

$$\therefore \lambda = \frac{4nh}{2m-1} = \frac{4 \times 1.30 \times 1.0 \times 10^{-7}}{2m-1} = \frac{5.20 \times 10^{-7}}{2m-1}$$

$m=1$ 时: $\lambda = 5.20 \times 10^{-7} \text{ m}$ ——绿色光

$m=2$ 时: $\lambda = 1.733 \times 10^{-7} \text{ m}$
——紫外光, 不可见

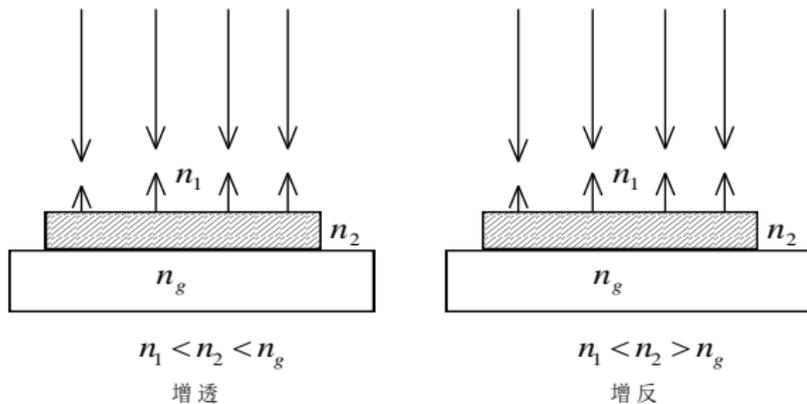
可见光 3800—7800埃

应用:

增透膜（消反射膜）（低膜） 或增反射膜（高膜）

对特定波长 λ

照相机镜头表面、太阳能电池表面镀有增透膜、激光谐振腔反射镜增反膜，隐形飞机.....

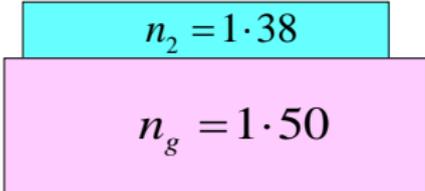


	增透膜	增反膜
原理	如图 (a)	如图 (b)
膜的选择	低膜 (L) $n_1 < n_2 < n_g$	高膜 (H) $n_1 < n_2 > n_g$
光学厚度	$n_2 h = \lambda/4$	$n_2 h = \lambda/4$
半波损	无	有
两反光程差	$\Delta L = \Delta L_0 = \lambda/2$	$\Delta L = \Delta L_0 + \lambda/2 = \lambda$
效果	相干相消 消反射增透射	相干相长 增反射

镜头颜色呈蓝紫色→黄绿光增透

在折射率为 1.50 的照相机玻璃镜头表面涂一层 MgF_2 ($n=1.38$) 这层膜应多厚? (黄绿光波长为 5500\AA)

$$n_1 = 1$$


$$n_2 = 1.38$$

$$n_g = 1.50$$

$$h = \frac{\lambda}{4n} = \frac{5500}{4 \times 1.38} \approx 1000\text{\AA}$$

等厚干涉

当一束平行光入射到厚度不均匀的透明介质薄膜上

$$\Delta L = 2h\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

当 i 保持不变时，光程差仅与膜的厚度有关，凡厚度相同的地方光程差相同，从而对应同一条干涉条纹--- 等厚干涉条纹。

如果让平行光垂直入射膜面，光程差公式简化为：

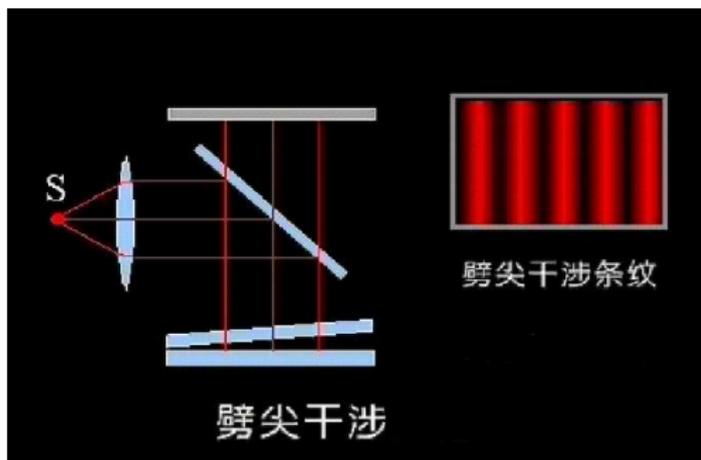
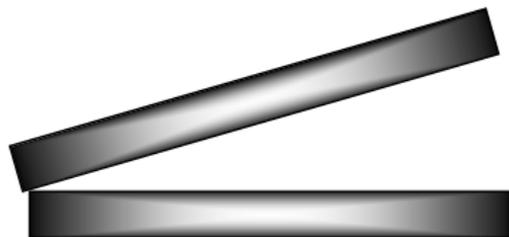
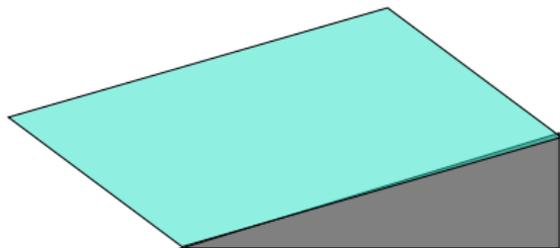
$$\Delta L = 2nh + \lambda / 2$$

明纹和暗纹出现的条件为：

$$\Delta L = 2nh + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} m\lambda & m = 1, 2, 3 & \text{明纹} \\ (2m+1)\frac{\lambda}{2} & m = 0, 1, 2 & \text{暗纹} \end{cases}$$

楔形薄膜(劈尖): 薄膜的两个表面是平面,其间有很小夹角。

习题: 定域中心的位置??



楔形薄膜干涉条纹的特征

(1) 明、暗条纹处的膜厚:

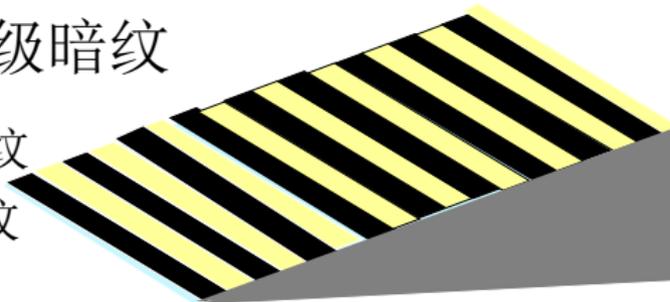
$$h = \begin{cases} (2m-1)\lambda / 4n & (m=1,2,3\dots) \text{ 明纹} \\ m\lambda / 2n & (m=0,1,2\dots) \text{ 暗纹} \end{cases}$$

$h = 0 \Rightarrow m = 0$ 棱边呈现暗纹

$$m = 1 \quad h = \begin{cases} \lambda / 4n & \text{第一级明纹} \\ \lambda / 2n & \text{第一级暗纹} \end{cases}$$

$$m = 2 \quad h = \begin{cases} 3\lambda / 4n & \text{第二级明纹} \\ \lambda / n & \text{第二级暗纹} \end{cases}$$

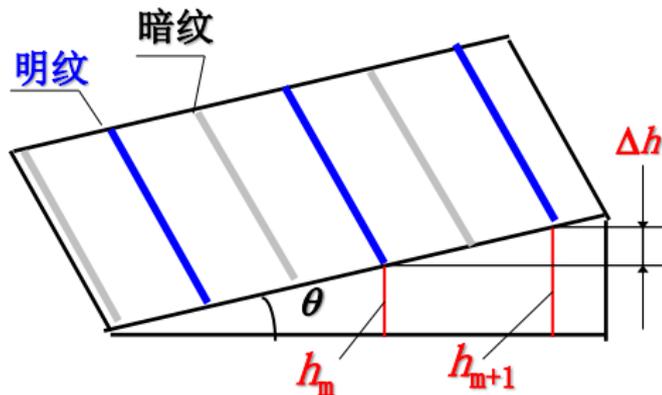
.....



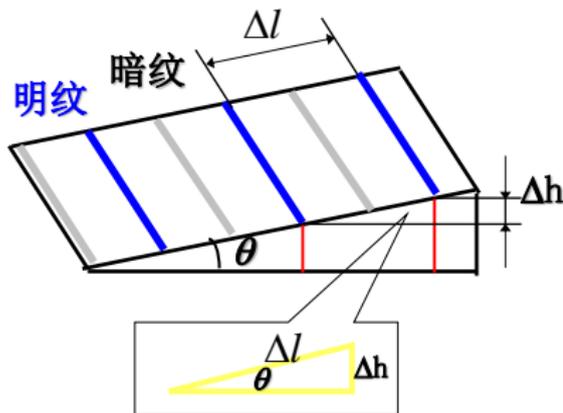
一系列明暗相间的、平行于棱边的平直条纹。

(2) 相邻明纹（或暗纹）所对应的薄膜厚度之差

**相邻明纹（或暗纹）
所对应的薄膜厚度之差
相同。**



(3) 两相邻明纹（或暗纹）的间距



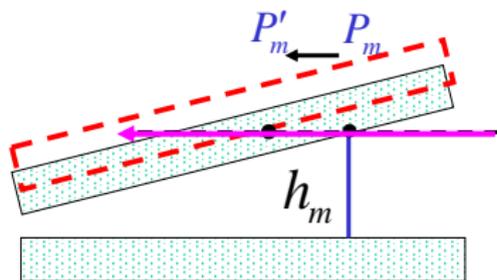
结论:

a. 条纹等间距分布

b. 夹角 θ 越小, 条纹越疏; 反之则密。

(4) 动态变化

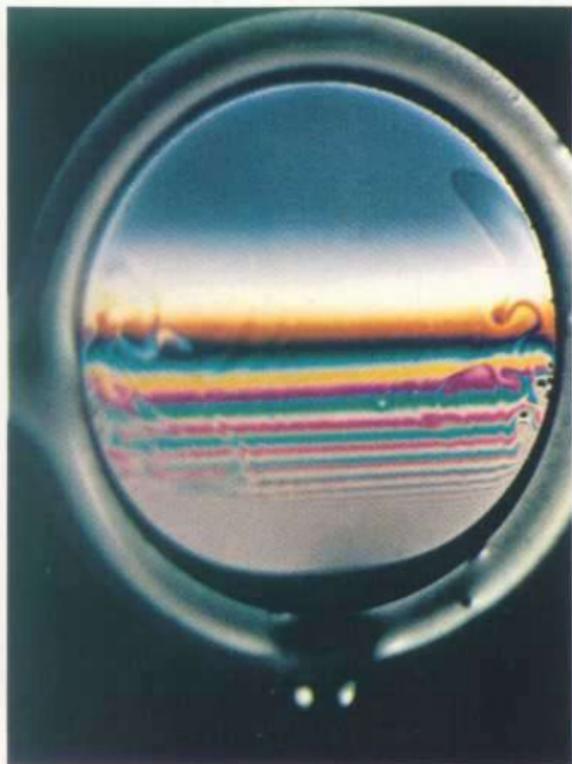
整体平行提升，条纹移向棱边（厚度小的方向）



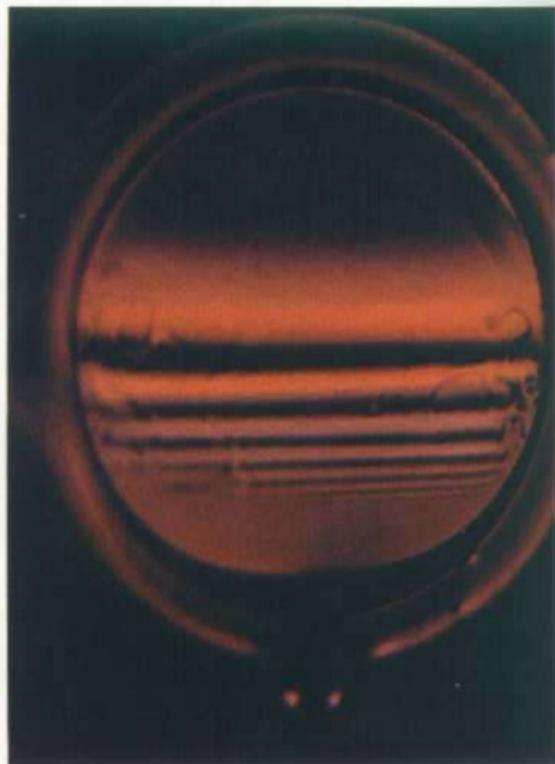
(5) 复色光入射得彩色条纹



楔形薄膜干涉条纹



白光入射

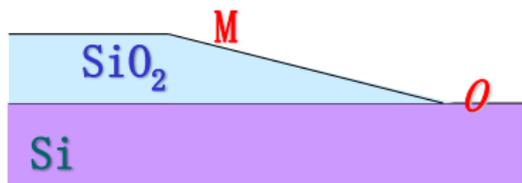


单色光入射

肥皂膜的等厚干涉条纹

例1 在半导体元件生产中，为了测定硅片上 SiO_2 薄膜的厚度，将该膜的一端腐蚀成劈尖状，已知 SiO_2 的折射率 $n = 1.46$ ，用波长 $\lambda = 5893$ 埃的钠光照射后，观察到劈尖上出现9条暗纹，且第9条在劈尖斜坡上端点M处，Si的折射率为3.42。试求 SiO_2 薄膜的厚度。

解：由暗纹条件 半波损失??



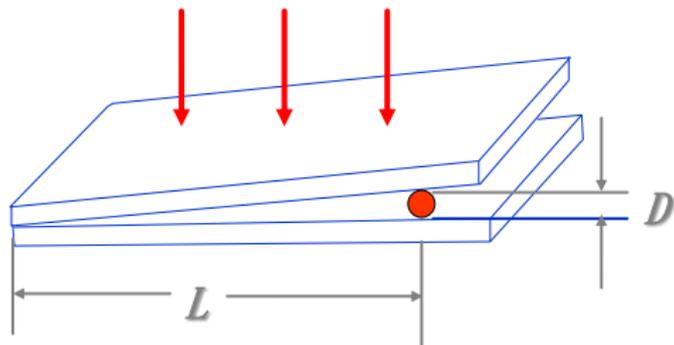
$$\begin{aligned}\Delta L &= 2nh \\ &= (2m+1) \lambda / 2 \quad (m=0, 1, 2, \dots)\end{aligned}$$

可知,第9条暗纹对应于 $m=8$,代入上式得

$$h = (2m+1) \lambda / 4n = 1.72 (\mu\text{m})$$

所以 SiO_2 薄膜的厚度为 $1.72 \mu\text{m}$ 。

例2 为了测量金属细丝的直径，把金属丝夹在两块平玻璃之间，形成劈尖，如图所示，如用单色光垂直照射，就得到等厚干涉条纹。测出干涉条纹的间距，就可以算出金属丝的直径。某次的测量结果为：单色光的波长 $\lambda = 589.3\text{nm}$ ，金属丝与劈间顶点间的距离 $L = 28.880\text{mm}$ ，30条明纹间的距离为 4.295mm ，求金属丝的直径 D ？



解 相邻两条明纹间的间距 $\Delta l = \frac{4.295}{29} \text{ mm}$

其间空气层的厚度相差为 $\lambda/2$ 于是 $\Delta l \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$

其中 θ 为劈尖的角度，因为 θ 很小，所以

$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \frac{D}{L}$$
$$D = \frac{L \lambda}{\Delta l 2}$$

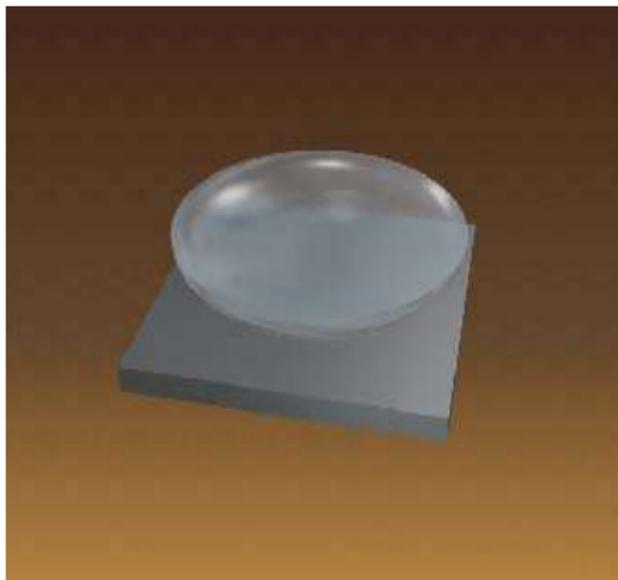
代入数据得

$$D = 0.05746 \text{ mm}$$

牛顿环

1 牛顿环实验装置及光路

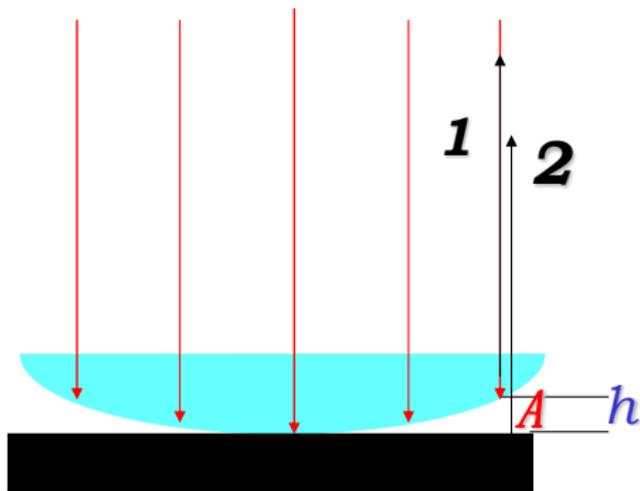
牛顿环：一束单色平行光垂直照射到此装置上时，所呈现的等厚条纹是一组以接触点O为中心的同心圆环。



2 光程差的计算

$$\Delta L = 2h + \lambda / 2$$

h是半径的函数



3 牛顿环干涉条纹的特征

(1) 明暗条纹的判据

$$\Delta L = 2h + \lambda / 2 = \begin{cases} m\lambda & (m = 1, 2, 3 \dots) \text{ 明纹} \\ (2m + 1)\lambda / 2 & (m = 0, 1, 2 \dots) \text{ 暗纹} \end{cases}$$

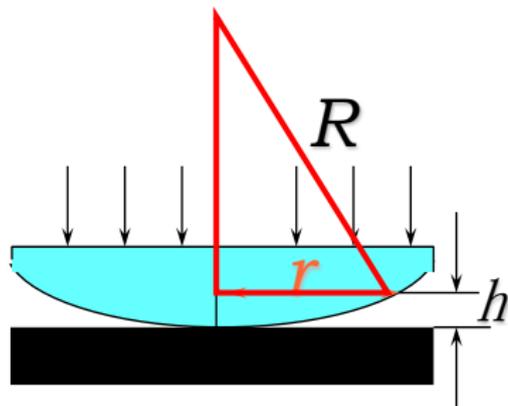
由几何关系可知

$$(R - h)^2 + r^2 = R^2$$

$$\cancel{R^2} - 2Rh + \boxed{h^2} + \cancel{r^2} = \cancel{R^2}$$

$$h = r^2 / 2R$$

0



3 牛顿环干涉条纹的特征

$$r = \begin{cases} \sqrt{(m-1/2)R\lambda} & m = 1, 2, 3 \dots \text{明环} \\ \sqrt{mR\lambda} & m = 0, 1, 2 \dots \text{暗环} \end{cases}$$

$$r=0, m=0$$

中心是暗斑

$$m=1, r = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{2}R\lambda} & \text{明环} \\ \sqrt{R\lambda} & \text{暗环} \end{cases}$$



3 牛顿环干涉条纹的特征

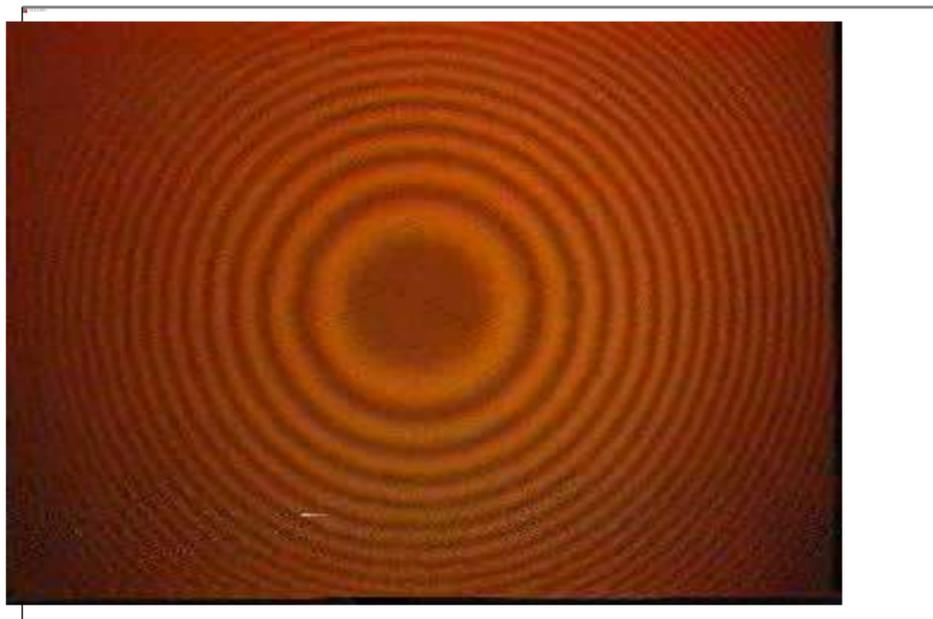
(2) 相邻暗环的间距

$$r = \begin{cases} \sqrt{(m-1/2)R\lambda} & m = 1, 2, 3... \text{ 明环} \\ \sqrt{mR\lambda} & m = 0, 1, 2... \text{ 暗环} \end{cases}$$

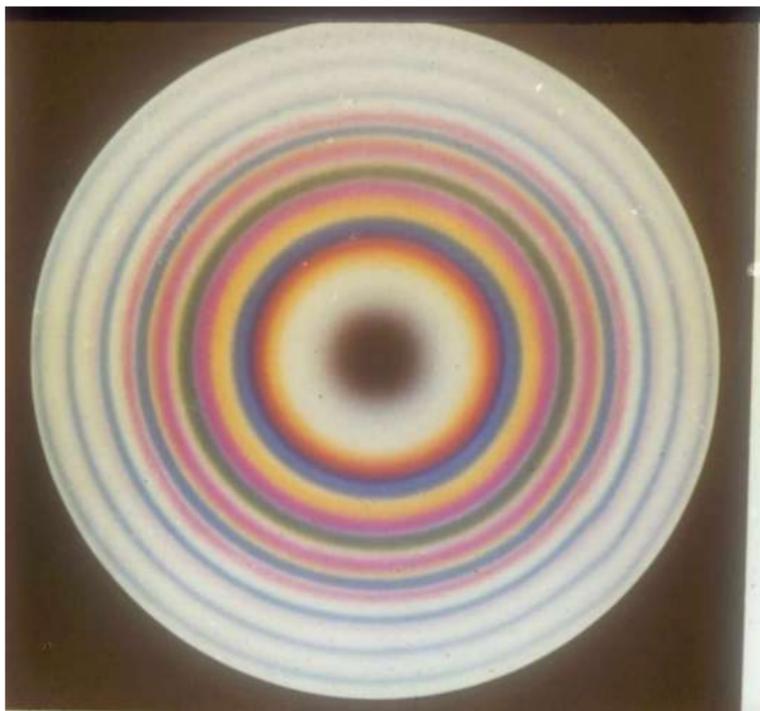
$$\Delta r = r_{m+1} - r_m = \frac{\sqrt{R\lambda}}{\sqrt{m} + \sqrt{m+1}}$$

内疏外密

3 牛顿环干涉条纹的特征



牛顿环干涉是一系列明暗相间的、内疏外密的同心圆环



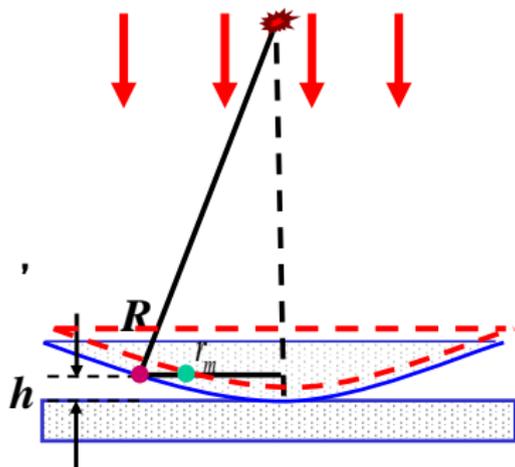
白光入射的牛顿环照片

3 牛顿环干涉条纹的特征

(3) 动态反应

连续增加薄膜的厚度（定点提升），
视场中条纹

$h \uparrow$ 缩入； $h \downarrow$ 冒出



◆（提升）各圆环均向中心点收缩而渐次“吞没”；（降低）各圆环渐次从中心“吐出”

◆（提升或降低）各点引起的光程差变化均是相同的，故任意点（ r 固定）处条纹的间距并不改变，即条纹疏密保持不变

劈尖干涉的应用

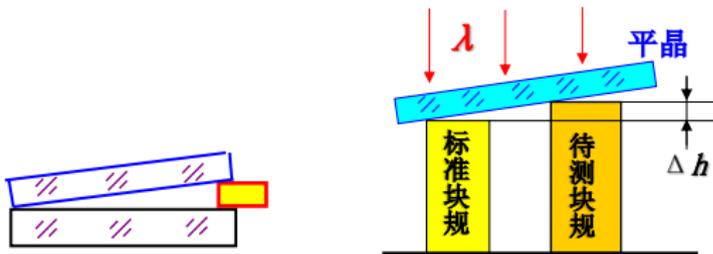
依据:

$$\Delta l = \frac{\lambda}{2n\theta}$$

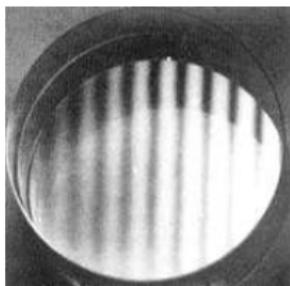
$$\Delta h = \lambda/2n$$

应用:

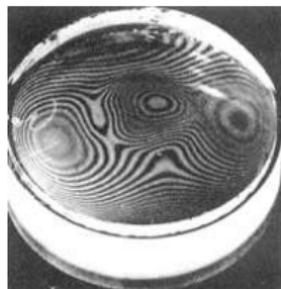
- 测波长: 已知 θ 、 n , 测 Δl 可得 λ
- 测折射率: 已知 θ 、 λ , 测 Δl 可得 n
- 测细小直径、厚度



测表面不平度



规则表面

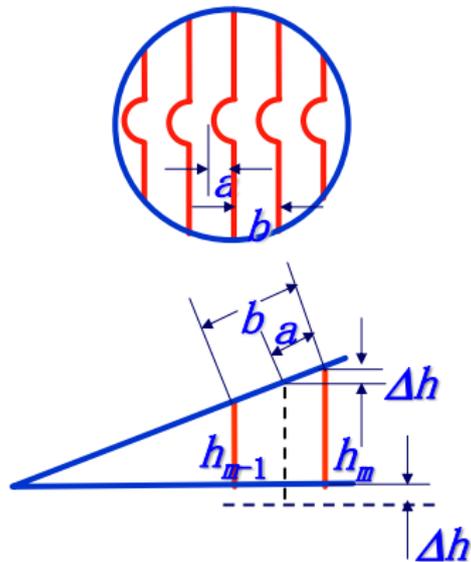


不规则表面

例 利用空气劈尖的等厚干涉条纹可以检测工 件表面存在的极小的加工纹路， 在经过精密加工的工件表面上放一光学平面玻璃，使其间形成空气劈形膜，用单色光照射玻璃表面，并在显微镜下观察到干涉条纹，

如图所示，试根据干涉条纹的弯曲方向，判断工件表面是凹的还是凸的；并证明凹凸‘深度可用下式求得：

$$\Delta h = \frac{a \lambda}{b 2}$$

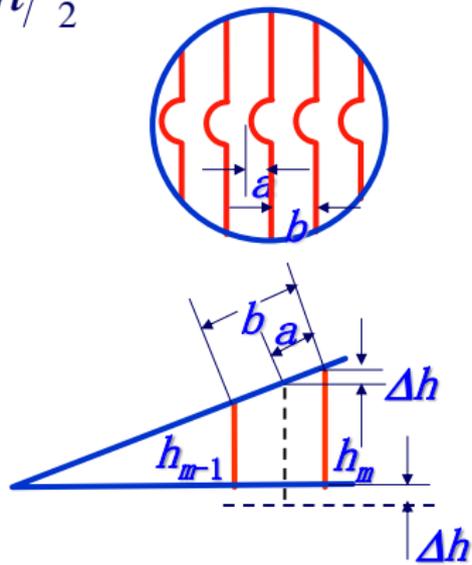


解:如果工件表面是精确的平面,等厚干涉条纹应该是等距的平行直条纹,现在观察到的干涉条纹弯向空气膜的左端。因此,可判断工件表面是下凹的,如图所示。由图中相似直角三角形可:

$$a/b = \Delta h / (h_m - h_{m-1}) = \Delta h / \frac{\lambda}{2}$$

所以:

$$\Delta h = \frac{a}{b} \frac{\lambda}{2}$$



牛顿环干涉的应用

$$r_m^2 = mR\lambda$$

$$R = \frac{r_{m+N}^2 - r_m^2}{N\lambda}$$

$$r_{m+N}^2 = (m + N)R\lambda$$

▲ 测透镜球面的半径 R

已知 λ , 测 N 、 r_{N+m} 、 r_m , 可得 R

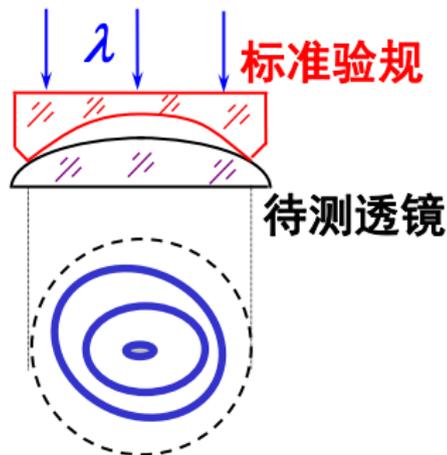
▲ 测波长 λ

已知 R , 测出 N 、 r_{N+m} 、 r_m , 可得 λ

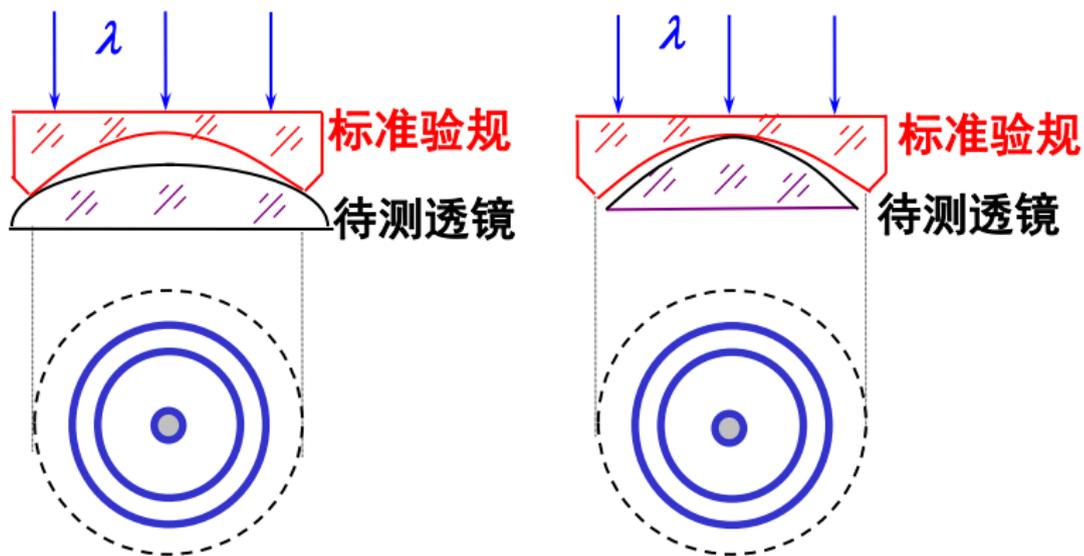
▲ 检验透镜球表面质量

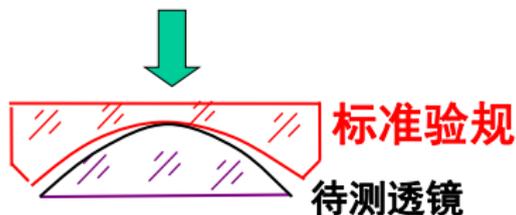
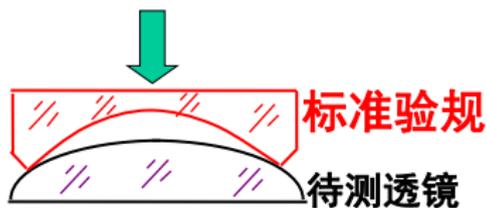
一圈条纹对应 $\lambda/2$ 的球面误差。

若条纹如图：



如何区分如下两种情况？





压 h ↓, 收缩 ⇔ 向中间看齐, 中间厚

压 h ↓, 扩张 ⇔ 向两边看齐, 两边厚



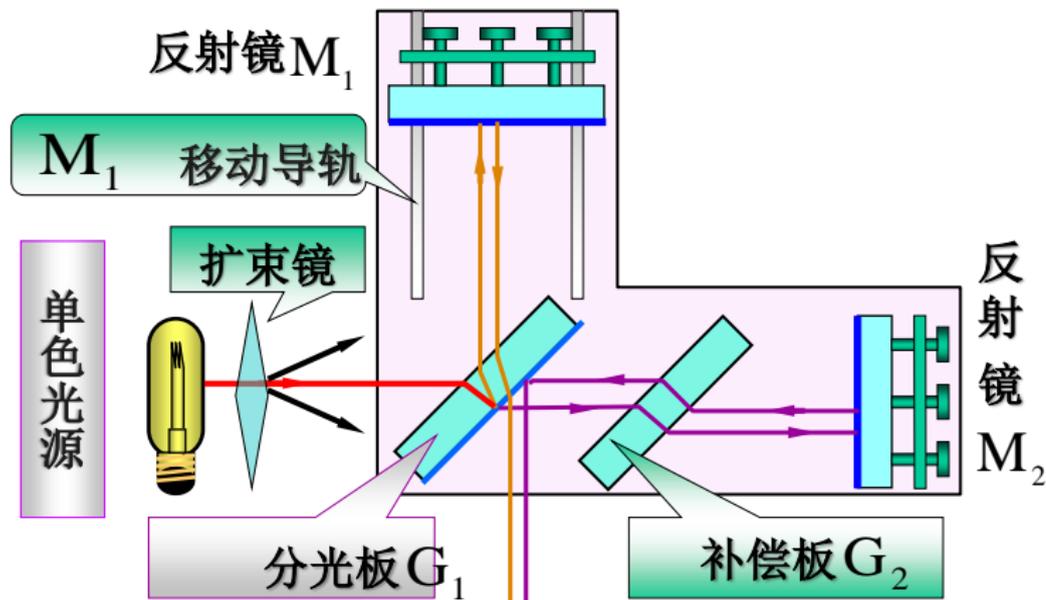
透镜曲率小, 曲率半径大

透镜曲率大, 曲率半径小

Highlight

- ◆ 由于迈克尔逊干涉仪将两相干光束完全分开。
- ◆ 迈克尔逊用干涉仪最先以光的波长测定了国际标准米尺的长度。因为光的波长是物质基本特性之一，是永久不变的，这样就可以把长度的标准建立在一个永久不变的基础之上。
- ◆ 迈克尔逊干涉仪还被用来研究光谱线的精细结构，这大大推动了原子物理与计量科学的发展，迈克尔逊干涉仪的原理还被发展和改进为其他许多形式的干涉仪器。
- ◆ 目前根据迈克尔逊的基本原理研制的各种精密仪器广泛用于生产和科研领域。

迈克耳逊干涉仪



$G_1 // G_2$ 与 M_1, M_2 成 45° 角

迈克耳逊干涉仪是严格的**双光束干涉装置**。干涉等效于**空气中的空气薄膜干涉**。

干涉条纹的特征

一、平行→等倾圆条纹

(1) 内疏外密，内高外低

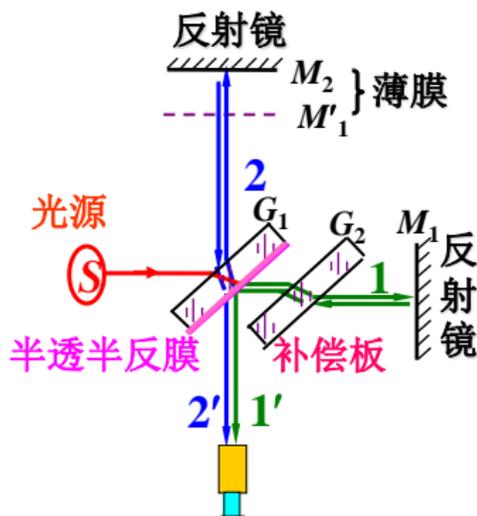
(2) 等倾圆条纹的变化

h 每**减少** $\lambda/2$:

视场中心**内陷**一个条纹，视场内条纹
向中心收缩，条纹变**稀疏**

h 每**增加** $\lambda/2$:

视场中心**外置**一个条纹，视场内条纹
向外扩张，条纹变**稠密**

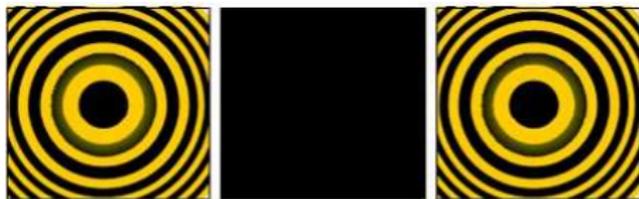


每移动半个波长，要外冒（或内陷）一个条纹，若移动N个，则移动距离D为：

$$D = N \frac{\lambda}{2}$$

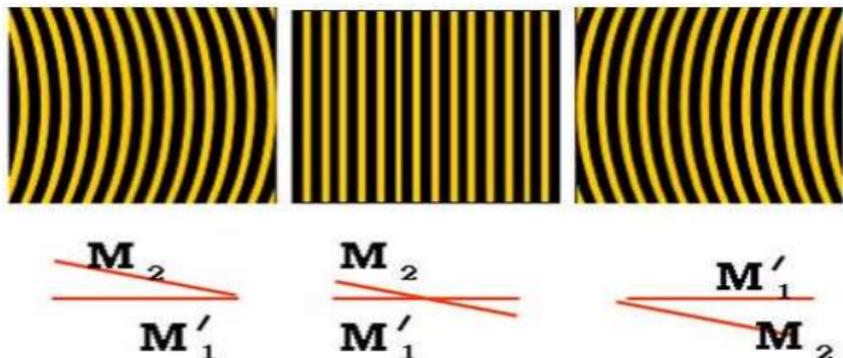
能够数的条纹数决定了**测量精度**。若可以数出1/20 个条纹的变化，则测量精度为 $\lambda/40$ 。

(3) M'_1 、 M_2 重合漆黑一片。1、2光束在 G_1 背面**内侧**和背面**外侧**各反射一次，即存在半波损



二、等厚干涉条纹

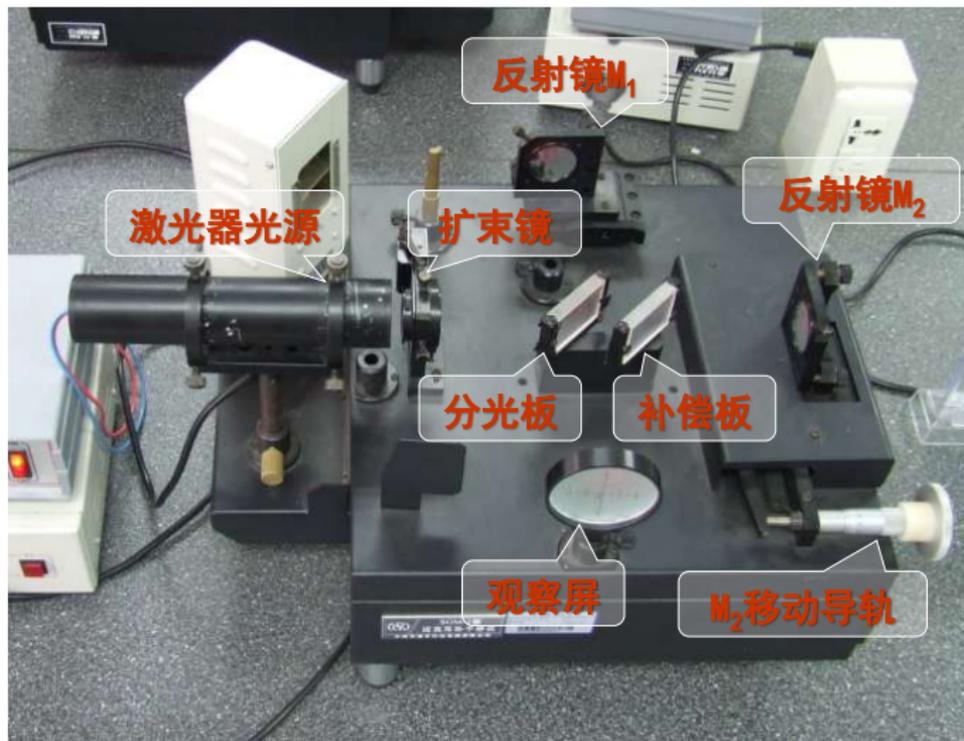
1、 M'_1M_2 不平行



2、白光做光源 ?

在 M'_1M_2 的相交处，两束光等光程，即干涉仪两臂等光程，不论哪种波长，交点处都对应零光程差，但是由于半波损失，该处是暗纹，周围彩色分布，常用来确定交线的位置。

迈克耳逊干涉仪

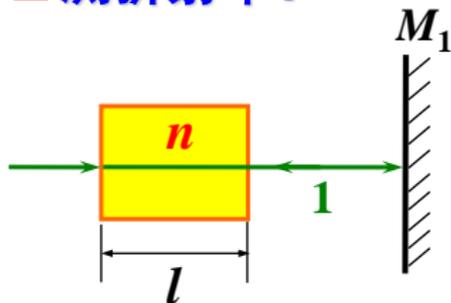


应用：

▲ 测量微小位移

$$\Delta h = N \cdot \frac{\lambda}{2}$$

▲ 测折射率：



光路1中插入待测介质，
产生**附加光程差**：

$$\delta = 2(n - 1)l$$

▲ 测波长

▲ 测量波长接近的双谱线的波长差

双线光谱的光源（钠灯5890, 5896）在P点产生的光强

$$I_1(p) = I_{10}[1 + \cos(k_1\Delta L)], k_1 = 2\pi/\lambda_1$$

$$I_2(p) = I_{20}[1 + \cos(k_2\Delta L)], k_2 = 2\pi/\lambda_2$$

两谱线等强: $I_{10} = I_{20} = I_0$

总强度是它们的非相干叠加 $I(p) = I_1(\Delta L) + I_2(\Delta L)$

$$= 2I_0[1 + \cos(\frac{\Delta k}{2}\Delta L)\cos(\bar{k}\Delta L)] \quad \begin{aligned} \bar{k} &= (k_1 + k_2)/2 \\ \Delta k &= k_1 - k_2 \ll \bar{k} \end{aligned}$$

$$\gamma(\Delta L) = \left| \cos\left(\frac{\Delta k}{2}\Delta L\right) \right|$$

慢变调制因子（包络）

$$\gamma(\Delta L) = \left| \cos\left(\frac{\Delta k}{2} \Delta L\right) \right|$$

干涉条纹的反衬度将随光程差的改变作周期变化

$$\Delta L \text{ 的周期为: } \frac{\pi}{\Delta k/2} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

ΔL 的改变量和反射镜移动距离的关系有： $2\Delta h$

$$\therefore \Delta \lambda = \frac{\bar{\lambda}^2}{2\Delta h}$$

光场的时间相干性

谱线宽度与能级寿命关系 $\Delta\nu \cdot \tau \approx 1$ \leftarrow 测不准原理

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$\Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda$$

谱线宽度为 $\Delta\lambda$ 的光源所发
波列的持续时间为：
相干时间

$$\tau = \frac{1}{\Delta\nu} = \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda}$$

谱线宽度为 $\Delta\lambda$ 的光源所发
波列的长度为：
相干长度

$$L_c = c\tau = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

定量分析

$k \sim k + dk$ 的无限窄带光形成的干涉强度

$$dI(k) = 2i(k)dk[1 + \cos(k\Delta L)]$$

不同色光是不相干的，总光强非相干叠加

$$I = \int_0^{\infty} dI(k) = \int_0^{\infty} 2i(k)[1 + \cos(k\Delta L)]dk$$

考虑光谱分布在 $k_0 - \Delta k/2 \sim k_0 + \Delta k/2$ 的光源

$$i(k) = \begin{cases} I_0/\Delta k, & k_0 - \Delta k/2 \leq k \leq k_0 + \Delta k/2 \\ 0, & k \text{ 为其它值} \end{cases}$$

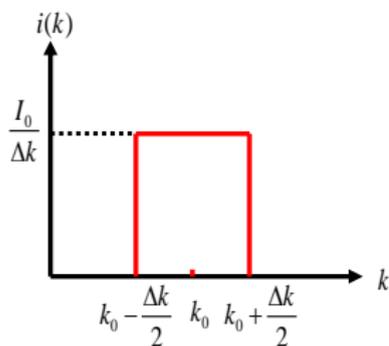
I_0 为光源总强度

总光强

$$I = 2 \int_{k_0 - \Delta k/2}^{k_0 + \Delta k/2} i(k) [1 + \cos(k\Delta L)] dk$$

$$= 2I_0 \left[1 + \frac{\sin(\Delta k\Delta L/2)}{\Delta k\Delta L/2} \cos(k_0\Delta L) \right]$$

$$\gamma(\Delta L) = \left| \frac{\sin(\Delta k\Delta L/2)}{\Delta k\Delta L/2} \right|$$



慢变调制因子（包络）

$$\gamma(\Delta L) = \left| \frac{\sin(\Delta k \Delta L / 2)}{\Delta k \Delta L / 2} \right|$$

$$\sin(\Delta k \Delta L / 2) = 0 \rightarrow \gamma = 0$$

$$\Rightarrow \Delta L_{\max} = \frac{\pi}{\Delta k / 2} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

时间相干性问题来源于光源所发波列长度是有限的，亦即光源是非单色的。

它可以由相互等价的三个量来描述：

1、相干长度 L_c ，即波列长度

2、相干时间 τ ，即光源辐射一个波列的时间

3、光源的光谱宽度 $\Delta\lambda$ 或 $\Delta\nu$

白光: $\lambda = 550nm$; $\Delta\lambda = 300nm \rightarrow L_c = 0.001mm$

汞灯: $\lambda = 546.1nm$; $\Delta\lambda = 0.025nm \rightarrow L_c = 1.2cm$

Kr^{86} : $\lambda = 605.6nm$; $\Delta\lambda = 4.7 \times 10^{-4} nm \rightarrow L_c = 78cm$

CO_2 : $\lambda = 10.6\mu m$; $\Delta\lambda = 1 \times 10^{-5} nm \rightarrow L_c = 11km$

光场的相干性小结

1、空间相干性和时间相干性都着眼光波场中各点（次波源）是否相干。

空间相干性问题来源于光源的空间宽度

时间相干性问题来源于光源的频谱宽度

空间相干性问题表现在波场的横方向（波前）上

时间相干性问题表现在波场的纵方向（波线）上

2、反比公式 $b\beta = \lambda \quad \Delta\nu \cdot \tau \approx 1$

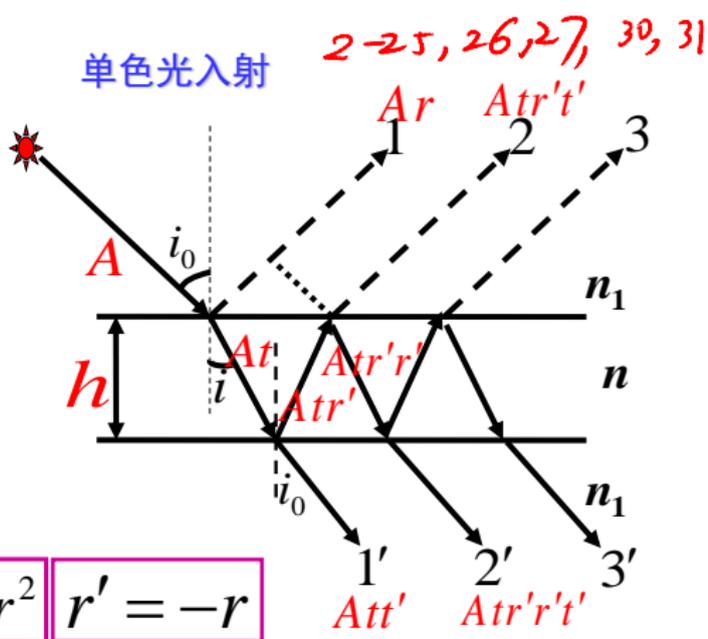
等倾 (反射率较高)

两边折射率相等

各振幅关系

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{E}_1 = Ar = -Ar' \\ \tilde{E}_2 = Atr't'e^{i\Delta\varphi} \\ \tilde{E}_3 = Atr'^3t'e^{i2\Delta\varphi} \\ \dots\dots \\ \tilde{E}'_1 = Att' \\ \tilde{E}'_2 = Atr'^2t'e^{i\Delta\varphi} \\ \tilde{E}'_3 = Atr'^4t'e^{2i\Delta\varphi} \\ \dots\dots \end{array} \right.$$

$$\boxed{tt' = 1 - r^2} \quad \boxed{r' = -r}$$



$$\Delta L = 2nh \cos i$$

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} nh \cos i$$

$$\begin{aligned}\tilde{E}_T &= Att'(1 + r'^2 e^{i\Delta\varphi} + r'^4 e^{2i\Delta\varphi} + \dots) \\ &= \frac{Att'}{1 - r'^2 e^{i\Delta\varphi}}\end{aligned}$$

$$I_T = \tilde{E}_T \tilde{E}_T^* = \frac{|A|^2 (tt')^2}{(1 - r'^2 e^{i\Delta\varphi})(1 - r'^2 e^{-i\Delta\varphi})} = \frac{I_0 (1 - r^2)^2}{1 - 2r'^2 \cos \Delta\varphi + r'^4}$$

$$I_T = \frac{I_0}{1 + \frac{4R \sin^2(\Delta\varphi/2)}{(1-R)^2}}$$

$R = r^2 = |r|^2$ 光强反射率
 r 振幅反射率

两边折射率相等： $\underline{I_R + I_T = I_0}$

$$I_R = I_0 - I_T = \frac{I_0}{1 + \frac{(1-R)^2}{4R \sin^2(\Delta\phi/2)}}$$

定义，精细度系数： $F = \frac{4R}{(1-R)^2}$

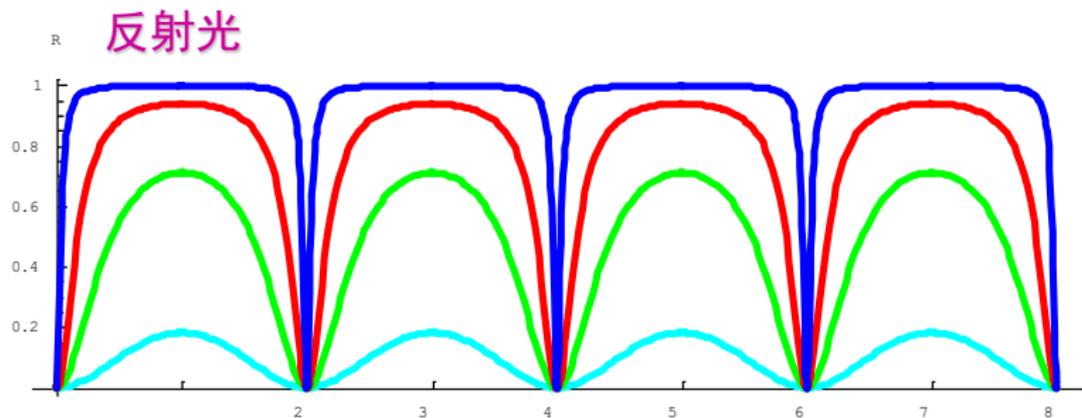
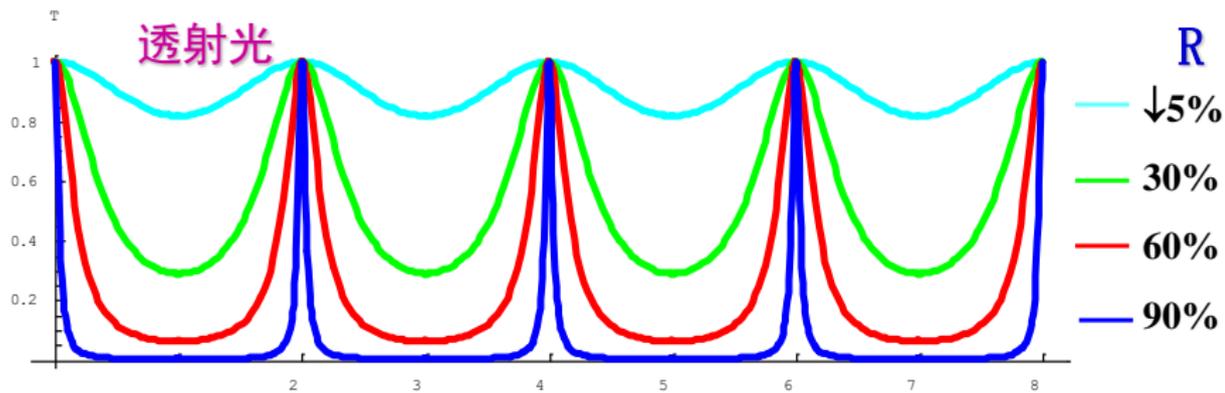
$$I_T = \frac{I_0}{1 + F \sin^2(\Delta\phi/2)}$$

$$I_R = \frac{I_0}{1 + \frac{1}{F \sin^2(\Delta\phi/2)}}$$

$\Delta\phi = \begin{cases} m \cdot 2\pi & \text{明} \\ (2m+1)\pi & \text{暗} \end{cases}$

$\Delta L = \begin{cases} m\lambda & \text{明} \\ (2m+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗} \end{cases}$

$\Delta\phi = \begin{cases} \frac{(2m+1) \cdot 2\pi}{2} & \text{明} \\ m \cdot 2\pi & \text{暗} \end{cases}$



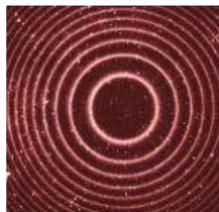
$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} nh \cos i$$

条纹特征

1、等倾条纹（一组同心圆）

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} nh \cos i$$

反射条纹、透射条纹 \Leftrightarrow 互补



2、R增大时，反射条纹的亮线越来越宽；
透射条纹的亮线越来越窄

R \rightarrow 1时，反射条纹是亮背景中的暗纹；
透射条纹暗背景中的亮纹



常用：透射条纹

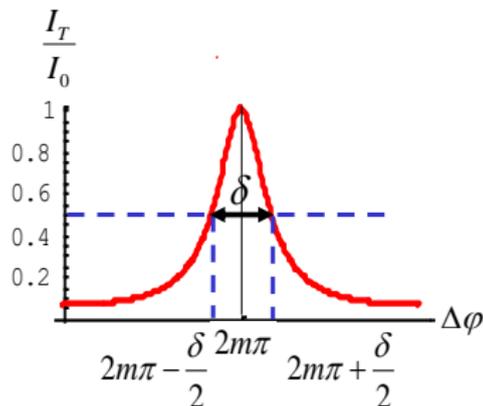
3、透射亮纹的锐度 半值宽度

取不同的量作为自变量 就有不同的半值宽度 (δ)

相位差半值宽度

光强等于极大值一半时曲线上相应两点的相位差间隔

$$\begin{aligned}\frac{I_T}{I_0} &= \frac{1}{1 + F \sin^2(\Delta\varphi/2)} = \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{1 + F \sin^2(m\pi \pm \frac{\delta}{4})} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\frac{\delta}{4})}\end{aligned}$$



锐线

$$\delta \ll 2\pi$$

$$\sin(\delta/4) \approx \delta/4$$



$$\delta = \frac{4}{\sqrt{F}} = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$$

R越大, δ 越小, 透射亮纹越细

以*i*作自变量表示半宽度, **半值角宽度**

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} nh \cos i_m$$

$$\delta = \frac{4}{\sqrt{F}} = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$$

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} nh \sin i_m \Delta i_m \quad \Rightarrow \quad \Delta i_m = \frac{\lambda}{2\pi nh \sin i_m} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

表示某一级透射亮纹的两个半强度点的角距离

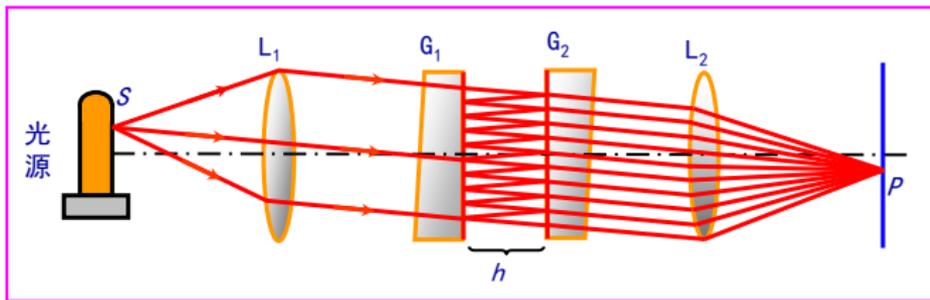
$$h \uparrow, i \uparrow, R \uparrow \Rightarrow \Delta i_m \downarrow$$

Δi 越小, 亮环条纹越细锐

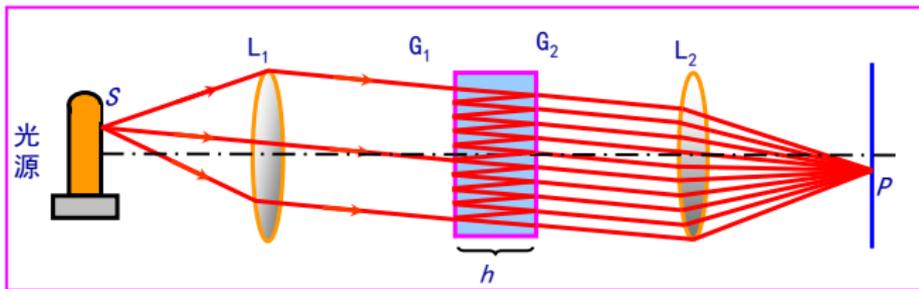
干涉场中越向外亮纹越细锐

法布里—珀罗干涉仪

1) 由两块平面玻璃板 G_1 和 G_2 构成平行薄膜，厚度为 h ，折射率为 n 。

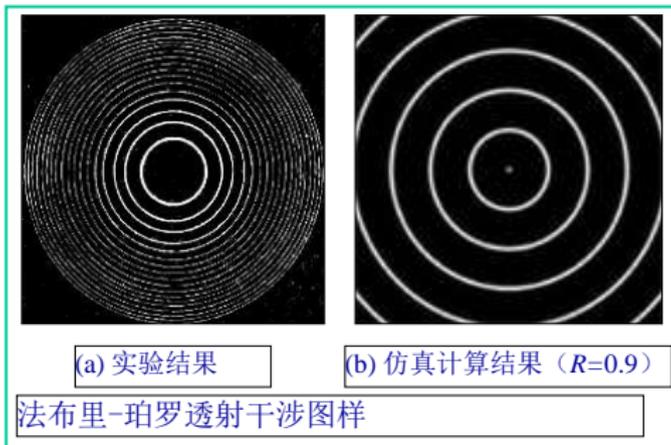


2) 由均匀介质构成平行薄膜（熔石英片等），厚度为 h ，折射率为 n 。



干涉图样特点

1. 透射光干涉条纹强度的半值宽度随反射率 R 的增大而减小。随着 $R \rightarrow 1$, $\Delta\delta \rightarrow 0$ 。
2. 反射光的干涉特性与透射光互补。随着 R 的增大, 透射光的亮纹宽度减小, 干涉图样变为在黑暗背景下的一组锐细的亮线; 反射光的亮纹宽度增大, 干涉图样变为在明亮背景下的一组锐细的暗线。



F-P作为光谱仪可用于分辨超精细光谱

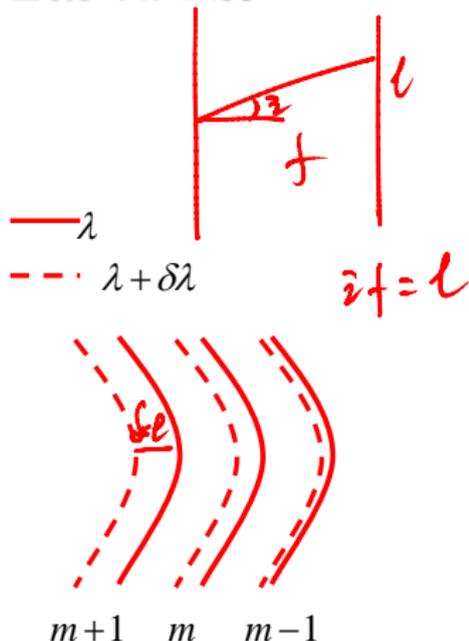
1、色散本领

$$\Delta L = 2nh \cos(i) = m\lambda$$

$$D_i = \frac{\delta i}{\delta \lambda} = \frac{m}{2nh \sin i} = \text{ctg} i / \lambda$$

→ 角色散本领

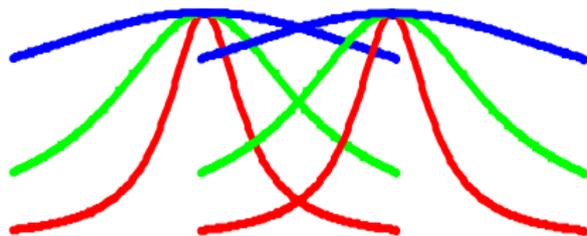
$$m \uparrow, i \downarrow, D_i \uparrow$$



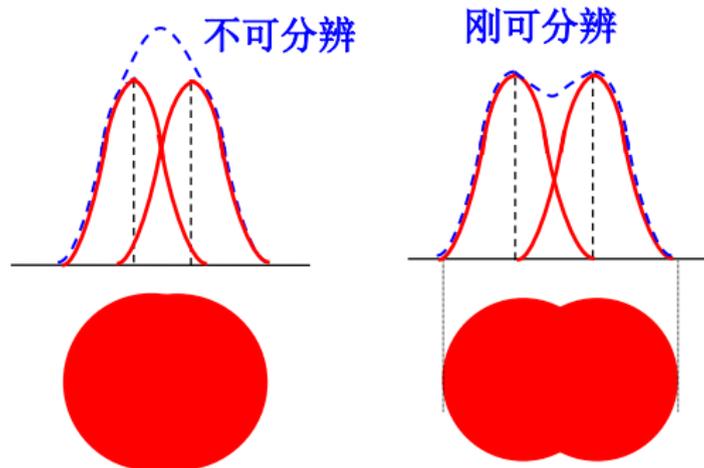
对于给定波长差 $\delta\lambda$ 的两谱线，越靠近干涉图样的中心其分离量越大

2、色分辨本领

色散本领只是反映光谱仪将两相近谱线的中心分离程度
但位置拉开并不等于可以分辨

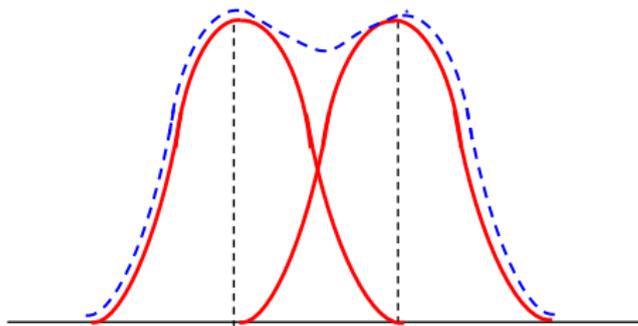


能否分辨此两谱线还取决于每一谱线本身的宽度



泰勒判据

两谱线中心的角距离恰等于每一谱线的半值角宽度→刚可以分辨



$$\Delta i_m = \frac{\lambda}{2\pi n h \sin i_m} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \quad D_i = \frac{\delta i}{\delta \lambda} = \frac{m}{2nh \sin i}$$

泰勒判据

$$\delta i_m = \Delta i_m \Rightarrow \delta \lambda = \frac{\lambda}{\pi m} \cdot \frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

即为第m级谱线中可以分辨的两谱线的最小波长间隔（分辨极限）

色分辨本领

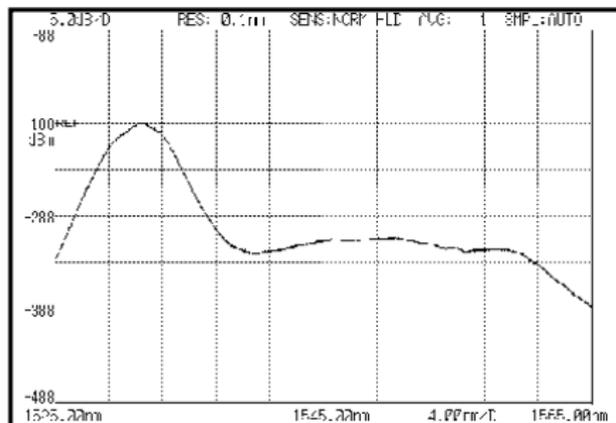
$$RP = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = m \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R}$$

$$h \uparrow \rightarrow m \uparrow \rightarrow RP \uparrow \quad R \uparrow \rightarrow RP \uparrow$$

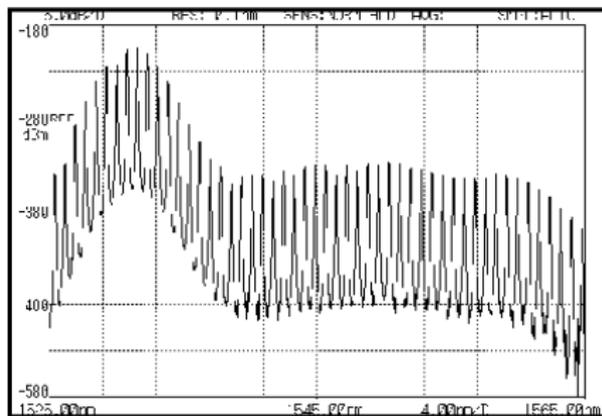
RP 越大, 色分辨能力越强

F-P可用作光学谐振腔

法布里-珀罗干涉仪和标准具——滤波



连续光谱入射



分立光谱出射

$$I_T = \frac{I_0}{1 + F \sin^2(\Delta\phi/2)}$$

$$\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda} nh \cos i$$

1. 透射波长和透射频率

激光腔

假设谐振腔内介质折射率为 n ，则当 $i=0$ 时，能够形成相长干涉的波长或频率成分满足关系：

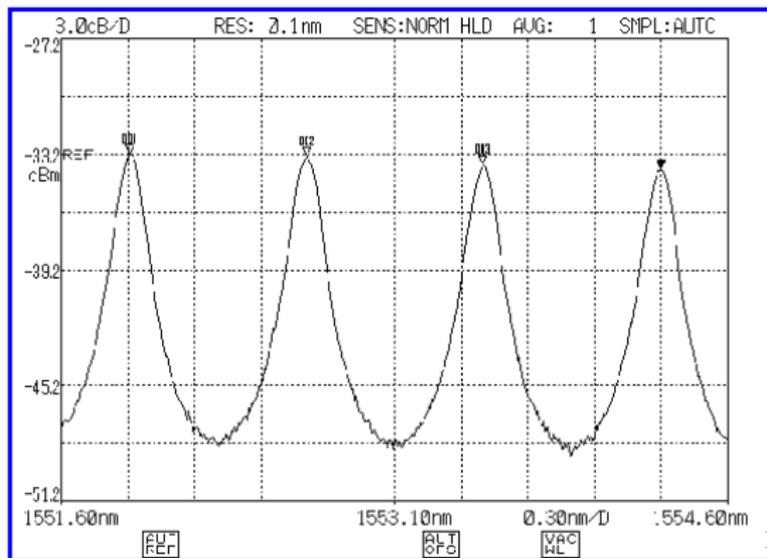
$$\lambda_m = \frac{2nh}{m} \quad \text{or} \quad \nu_m = \frac{mc}{2nh} \quad m=1, 2, 3, \dots$$

2. 纵模间距

每个波长或频率成分称为谐振腔的一个纵模（谱线）。

相邻两个纵模的间隔：

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2nh} \quad \text{or} \quad \Delta\nu = \frac{c}{2nh}$$



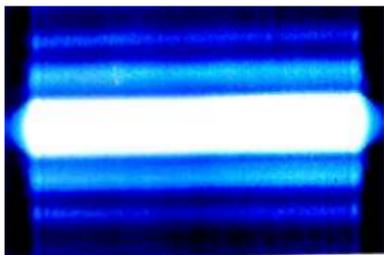
水波衍射



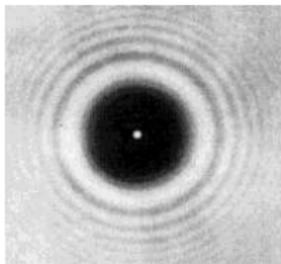
声波衍射

未见其人，先闻其声

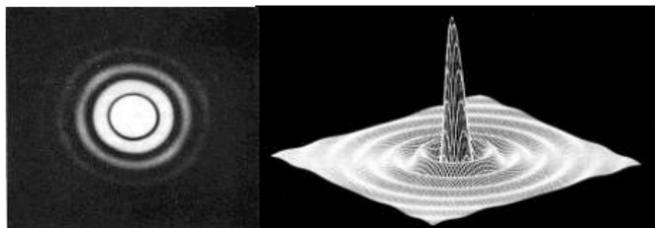
光衍射现象



单缝衍射



圆屏衍射（泊松点）



透镜衍射（爱里斑）

日常生活中光的衍射现象 ?

光的衍射现象:光波遇到小障碍物或小孔时，绕过障碍物进入几何阴影区继续传播，并在障碍后的观察屏上呈现光强的不均匀分布的现象

衍射现象的表观

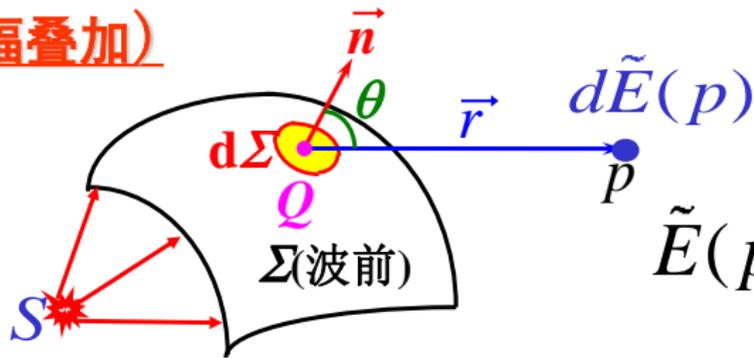
$$10^3 \lambda \sim 10 \lambda$$

- 1、衍射光波可以绕到几何阴影区
- 2、衍射光强在空间重新分布, 出现明暗交替的条纹或圆环
- 3、光束在某空间方向受到的限制越严, 该方向的衍射效应越强

惠更斯—菲涅耳原理

惠更斯作图法+干涉原理

波前 Σ 上每个面元 $d\Sigma$ 都可以看成是新的振动中心，它们发出次波。在空间某一点 P 的振动是所有这些次波在该点的相干叠加（复振幅叠加）

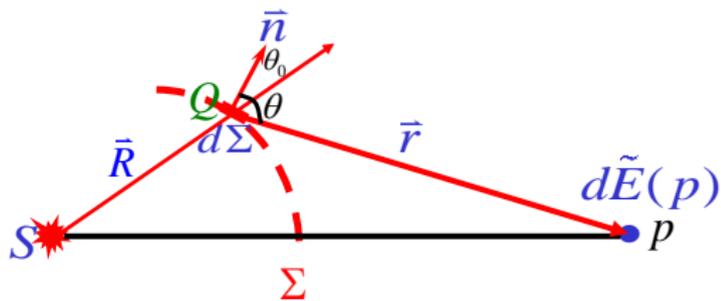


$$\tilde{E}(p) = \iint_{\Sigma} d\tilde{E}(p)$$

杨氏双孔干涉验证了惠更斯原理中的次波概念的实在性，并进一步证明了波前上各次波源的相干性，这为光波衍射理论的形成准备了思想基础。

菲涅耳衍射积分

$$\begin{aligned}d\tilde{E}(p) &\propto d\Sigma \\ &\propto \tilde{E}(Q) \\ &\propto \frac{e^{ikr}}{r} \\ &\propto F(\theta_0, \theta)\end{aligned}$$

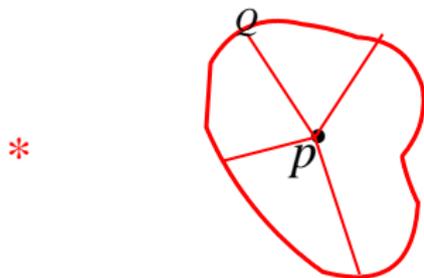
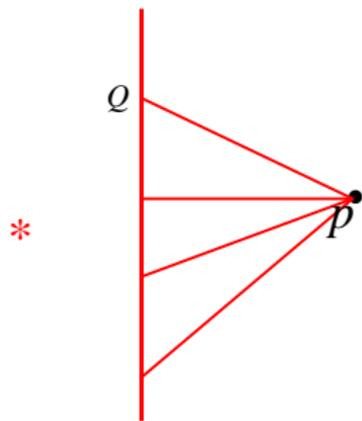
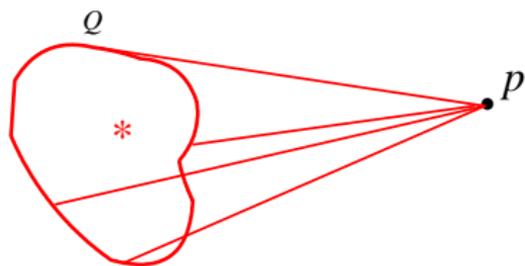


→ 球面波因子，自由空间传播

复振幅四要素

$$\tilde{E}(p) = K \iint_{\Sigma} \tilde{E}(Q) F(\theta_0, \theta) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma$$

波前面 Σ 并不限于等相面，凡是隔离点光源 S 与场点 P 的任意闭合面都可以作为衍射积分的积分面

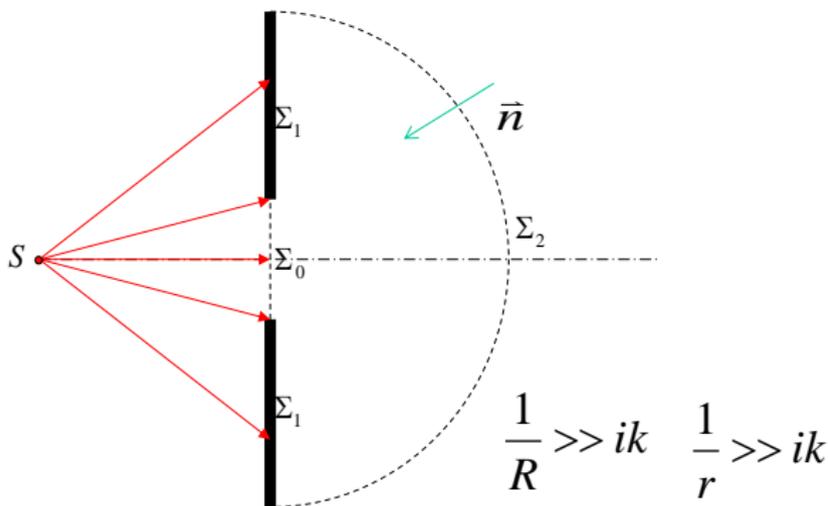


基尔霍夫衍射积分

亥姆亥兹-基尔霍夫定理

$$\tilde{E}(p) = \frac{1}{4\pi} \iiint_S \left[\tilde{E} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial n} \right] dS$$

基尔霍夫边界条件 $\tilde{E}(Q) = \frac{A}{R} e^{ikR}$ $\frac{\partial \tilde{E}}{\partial n} = \nabla \tilde{E} \cdot \vec{n}$



$$\tilde{E}(p) = \frac{-i}{\lambda} \iint_{\Sigma_0} \tilde{E}(Q) \frac{e^{ikr}}{r} \cdot \frac{1}{2} (\cos \theta_0 + \cos \theta) d\Sigma_0$$

菲涅耳—基尔霍夫衍射公式

1、积分区域已按基尔霍夫边界条件转化为透光孔径 Σ_0

2、具体求出了倾斜因子的形式

3、具体求出K的表达式 $K = \frac{-i}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} e^{-i\pi/2}$

在光孔和接收范围满足
傍轴条件的情况下

$$\theta \approx \theta_0 = 0$$

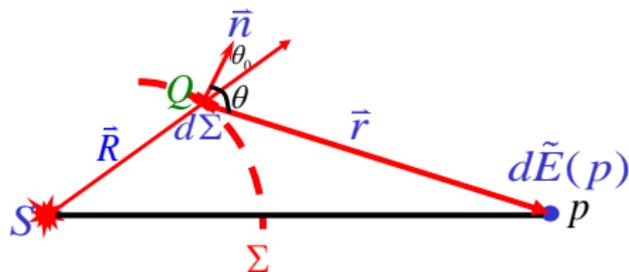
$r \approx r_0$, 场点到光孔中心的距离

$$\frac{1}{r} e^{ikr} \approx \frac{1}{r_0} e^{ikr}$$

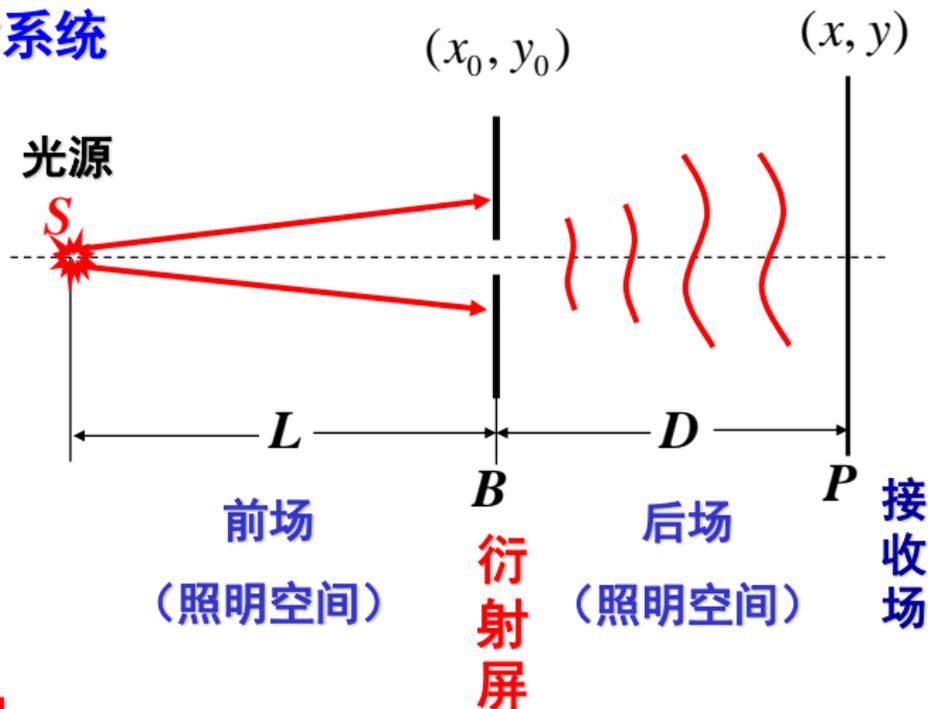
傍轴条件的情况下: 菲涅耳—基尔霍夫衍射公式

$$\tilde{E}(p) = \frac{-i}{\lambda r_0} \iint_{\Sigma_0} \tilde{E}(Q) e^{ikr} d\Sigma_0$$

这是定量计算衍射场的常用公式



衍射系统



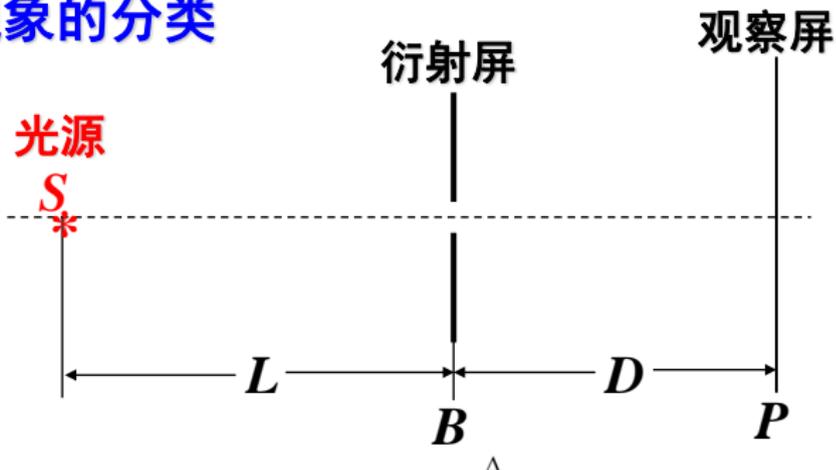
衍射屏：

凡是使波前上的复振幅分布发生改变的结构

振幅、相位

透、不透

衍射现象的分类



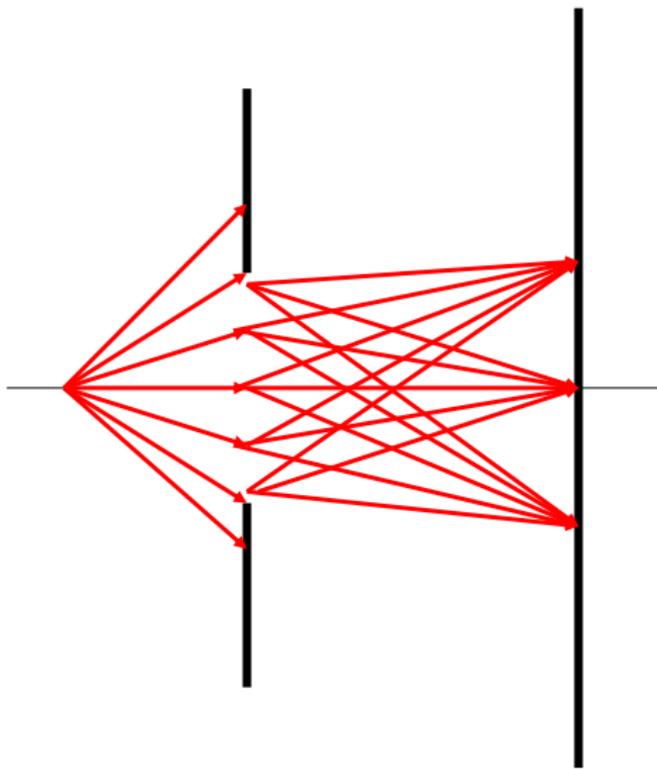
(1) 菲涅耳 (Fresnel) 衍射 — 近场衍射

L 和 D 中至少有一个是有限值

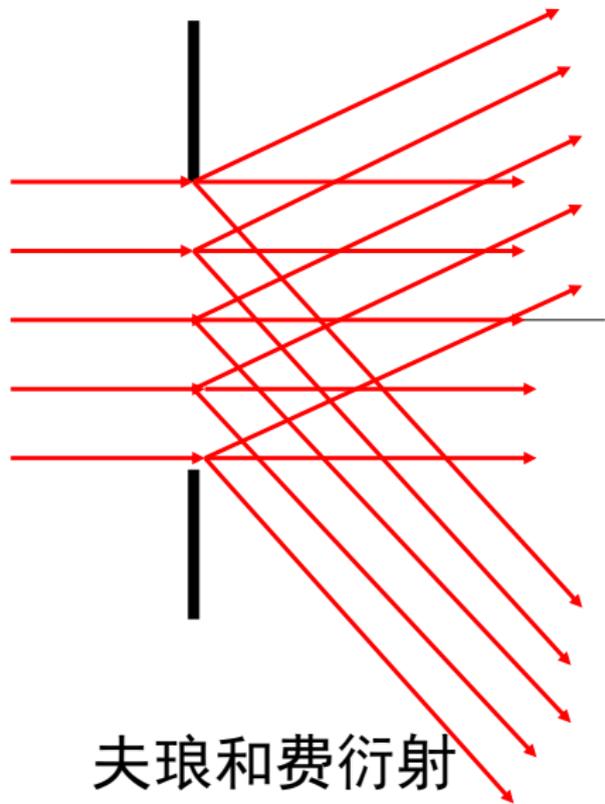
(2) 夫琅和费 (Fraunhofer) 衍射 — 远场衍射

L 和 D 皆为无限大 (可用透镜实现)

菲涅耳衍射是普遍的, 夫琅和费衍射是其一个特例



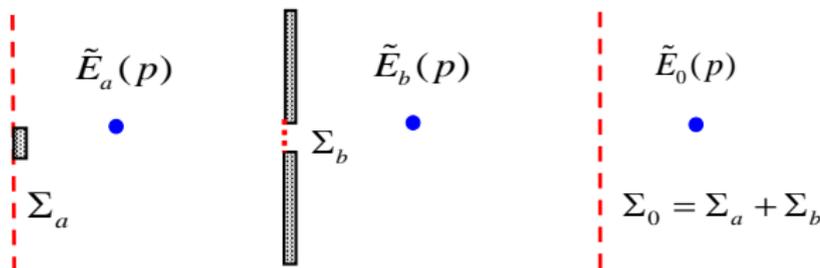
菲涅耳衍射



夫琅和费衍射

巴俾涅原理

互补屏

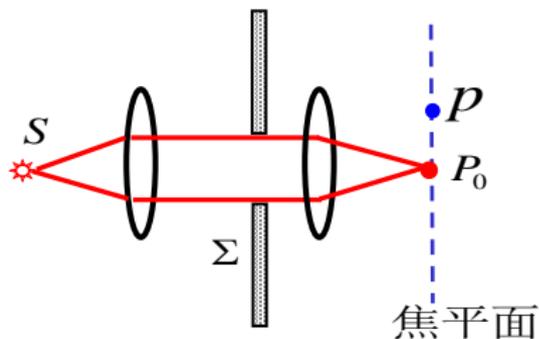
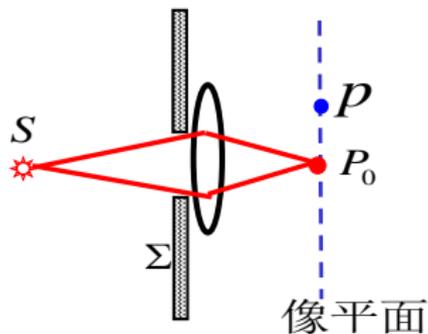


$$\iint_{\Sigma_a} \cdots d\Sigma + \iint_{\Sigma_b} \cdots d\Sigma = \iint_{\Sigma_0} \cdots d\Sigma$$

由菲-基公式 $\Rightarrow \tilde{E}_a(p) + \tilde{E}_b(p) = \tilde{E}_0(p)$

一对互补屏各自在衍射场中某点所产生的复振幅之和等于自由传播时该点的复振幅

应用



对于**这类衍射装置**（点源照明衍射成像系统），在自由传播时**观察平面上**仅形成一个亮点 P_0 ，即光束的**焦点或像点**，其它区域皆无光场

$$\tilde{E}_0(p) = 0$$

巴俾涅原理

其各自互补屏



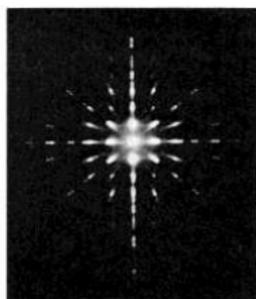
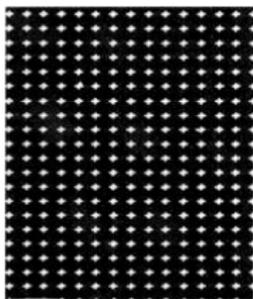
$$I_a(p) = I_b(p)$$

即：该类衍射装置，**其各自互补屏所形成的衍射图样的光强分布在除光源的几何像点之外的所有区域中均相同！**

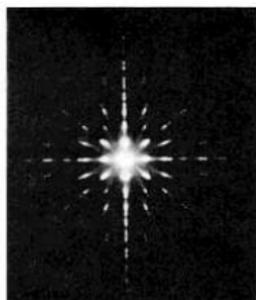
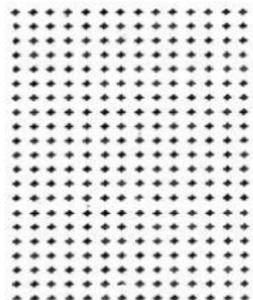
Babinet's 原理举例

孔阵列与其对应的点阵列的夫琅和费衍射图

Holes
 $A(x, y)$



Anti-
Holes
 $1 - A(x, y)$



菲涅耳圆孔衍射和圆屏衍射

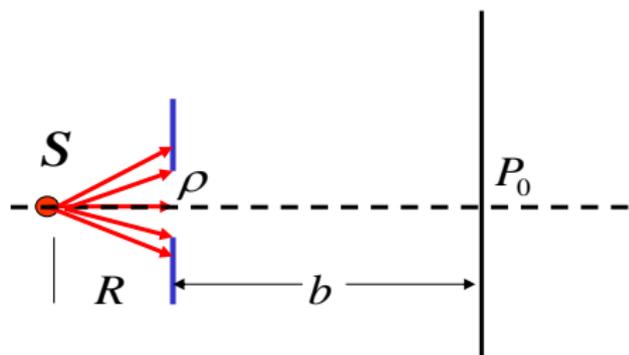
半波带法

矢量图解法

菲涅耳波带片

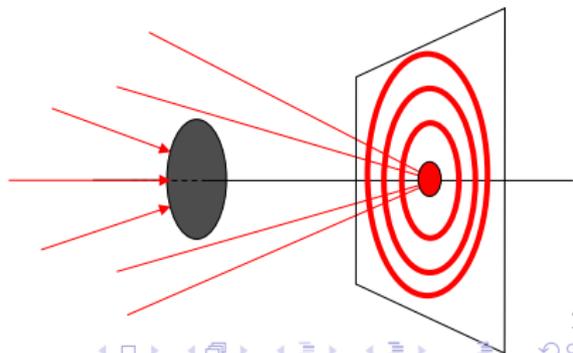
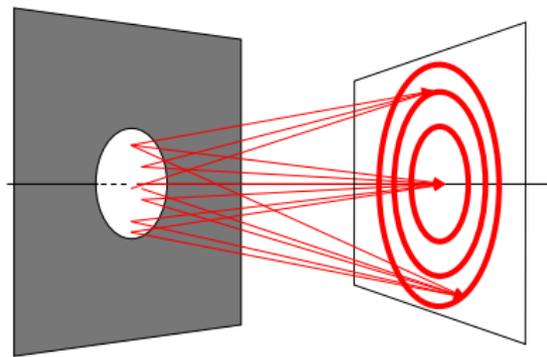
实验装置数据

$\rho \sim mm, R \sim m, b \sim 3-5m$



衍射现象

- 圆孔衍射：接收屏上可见同心圆环，接收屏沿轴向移动圆环中心明暗交替变化。孔半径改变也会出现明暗交替变化。
- 圆屏衍射：接收屏上可见同心圆环，接收屏沿轴向移动，圆环中心永远是亮点。

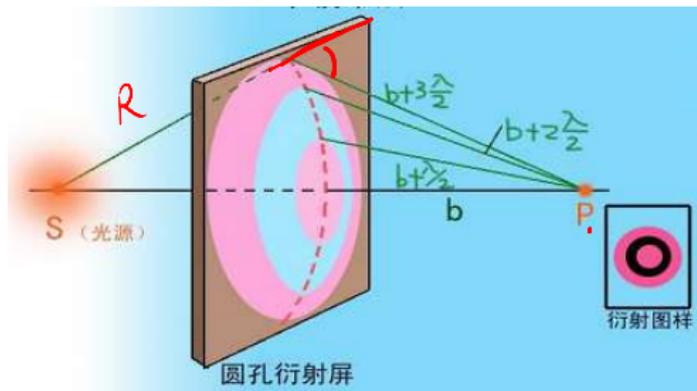


1、半波带法

$$E(p) = K \iint_{\Sigma} E(Q) F(\theta_0, \theta) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma$$

半波带到轴上场点 p_0 的距离为

$$r_n = b + n \frac{\lambda}{2}$$



以轴上场点 p_0 为中心,分别以 $b + \frac{\lambda}{2}, b + \lambda, b + 3\frac{\lambda}{2} \dots$ 为半径作球面

将波前分割为一系列环形带 到 P_0 点的光程逐个相差半个波长

↳ 半波带

$$\Delta E_1(p_0) = A_1(p_0)e^{i\varphi_1}$$

$$\Delta E_2(p_0) = A_2(p_0)e^{i(\varphi_1+\pi)}$$

$$\Delta E_3(p_0) = A_3(p_0)e^{i(\varphi_1+2\pi)}$$

.....

$$A_n \propto f(\theta_n) \frac{\Delta \Sigma_n}{r_n}$$

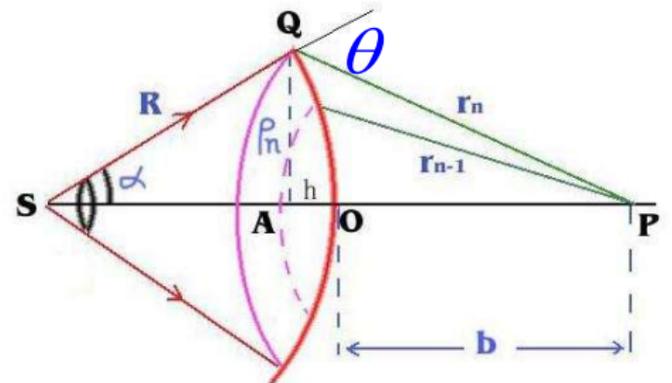
$$\frac{\Delta \Sigma_n}{r_n} \quad ??$$

$$f(\theta) \quad ??$$

轴上 p_0 点的复振幅

$$|E(p_0)| = \left| \sum_{k=1}^n \Delta E_k(p_0) \right|$$

$$= A_1(p_0) - A_2(p_0) + A_3(p_0) - \dots + (-1)^{n+1} A_n(p_0)$$



$f(\theta_n)$ 随 $n \uparrow$ 缓慢地变化

$\alpha \uparrow$ $f(\alpha) \downarrow$

例: $R \sim 1m, b \sim 1m, \lambda \sim 600nm, n = 10^4$

$$n \frac{\lambda}{2} = 3mm \ll R, b$$

$$\cos \theta_n = - \frac{R^2 + (b + n \frac{\lambda}{2})^2 - (R + b)^2}{2R(b + n \frac{\lambda}{2})} \approx 1 - 0.003$$

$$\cos \theta_1 = 1, f(\theta_1) = 1$$

$$f(\theta_n) = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta_n) = 1 - 0.0015$$

圆孔衍射

当圆孔中包含奇数个半波带时，中心是亮点；

当圆孔中包含偶数个半波带时，中心是暗点；

自由传播情形

$$f(\theta_n) \rightarrow 0 \Rightarrow A_n \rightarrow 0$$

$$A(p_0) = \frac{1}{2} A_1(p_0)$$

圆屏衍射

设圆屏遮住了前K个半波带

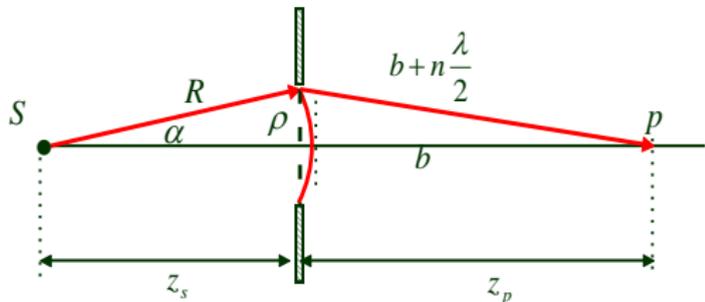
$$\begin{aligned} A(p_0) &= A_{k+1}(p_0) - A_{k+2}(p_0) + \dots + (-1)^{n+1} A_{k+n}(p_0) \\ &= \frac{1}{2} A_{k+1}(p_0) \end{aligned}$$

无论K是奇是偶，中心总是亮的（泊松亮点）

半波带数目 n

圆孔半径为 ρ

考虑 $n\lambda, \rho, h \ll R, b$; 忽略 $(n\lambda)^2, h^2$

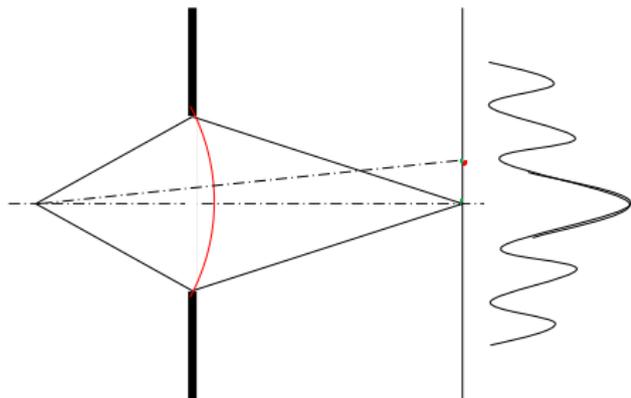
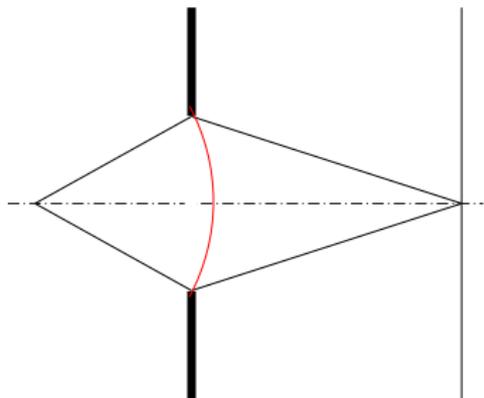
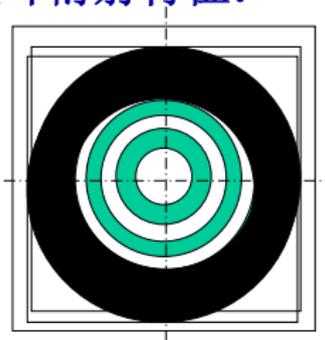
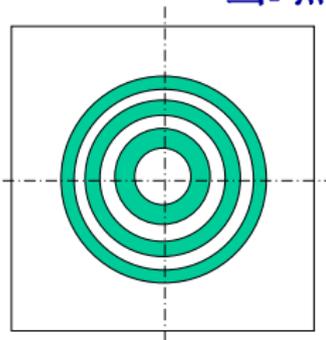


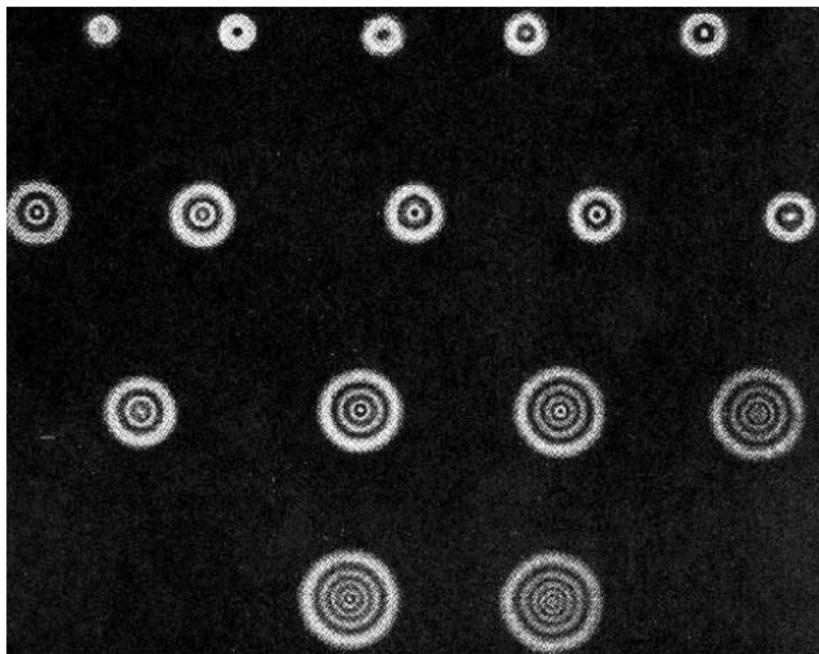
$$\rho^2 = r_n^2 - (b+h)^2; r_n = b + n\lambda/2 \Rightarrow \rho^2 \approx n\lambda b - 2bh$$
$$\rho^2 = R^2 - (R-h)^2 = r_n^2 - (b+h)^2 \Rightarrow h = \frac{nb\lambda}{2(R+b)}$$
$$n = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{b} \right) \frac{\rho^2}{\lambda}$$

- ◆ 给定 R 、 ρ 、 λ , P 点的衍射光强大小随距离 b 变化, 即沿轴向移动观察屏时, 中心点的光强度出现亮暗交错变化。
- ◆ 给定 b 、 ρ 、 λ , P 点的衍射光强大小随波面的曲率半径大小 R 变化, 即沿轴向移动光源或衍射屏时, P 点的光强度出现亮暗交错变化。
- ◆ 给定 b 、 R 、 λ , P 点的衍射光强大小随孔的半径 ρ 变化:

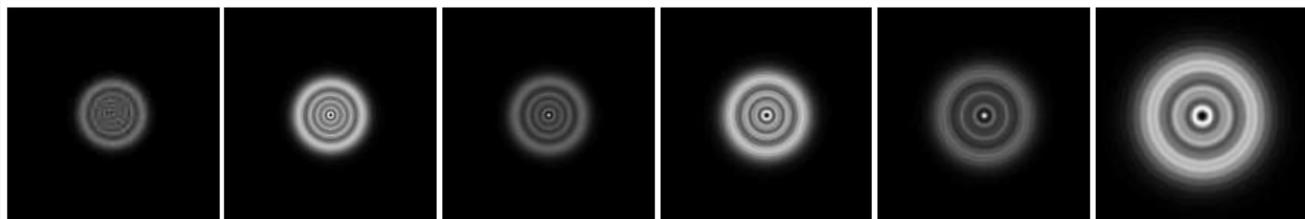
菲涅耳圆孔衍射花样

当 P 点不在轴上时菲涅耳衍射特征:





圆孔的非涅耳衍射图样（不同观察平面上）



(a) $b=1.14\text{m}$

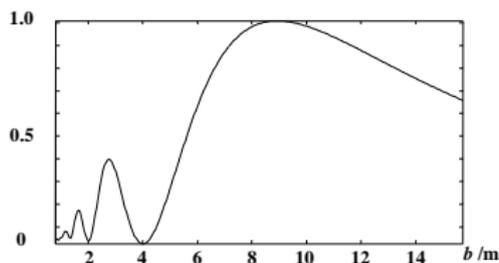
(b) $b=1.35\text{m}$

(c) $b=1.60\text{m}$

(d) $b=2.00\text{m}$

(e) $b=2.70\text{m}$

(f) $b=4.00\text{m}$



衍射图样中心的相对强度

圆孔的非涅耳衍射仿真图样（不同观察平面上， b : 观察平面到衍射屏平面的距离）

2、矢量图解法



振动矢量合成

圆孔内包含的不是整数个半波带，半波带法讨论有困难

每个半波带需要进一步细分→分割为 m 个更窄的环带

第一个半波带

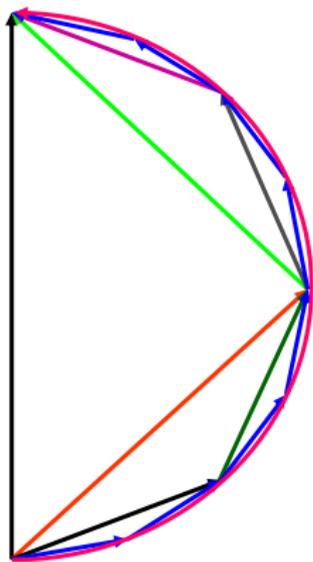
以 p_0 为中心, 分别以 $b + \frac{\lambda}{2m}$, $b + \frac{2\lambda}{2m}$, $b + \frac{3\lambda}{2m}$... $b + \frac{m\lambda}{2m}$ 为半径作球面

振幅贡献?

振动相位差?

$$\frac{\lambda}{m}$$

\vec{A}_1



$$\frac{n-1}{n} \pi = \pi \frac{1}{n} \rightarrow 0$$

考虑倾斜因子

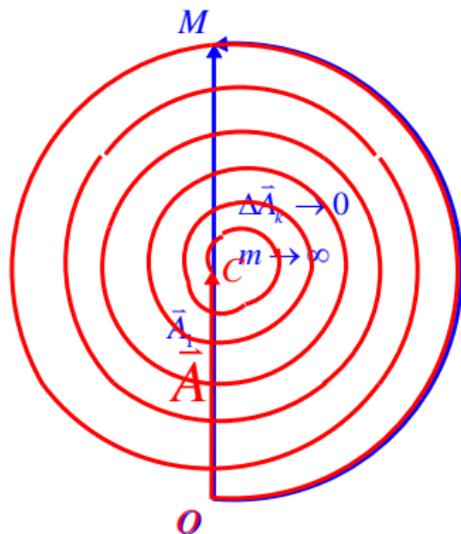
$$\theta_n \uparrow \Rightarrow f(\theta_n) \downarrow$$

$$f(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta)$$

在自由传播情况：

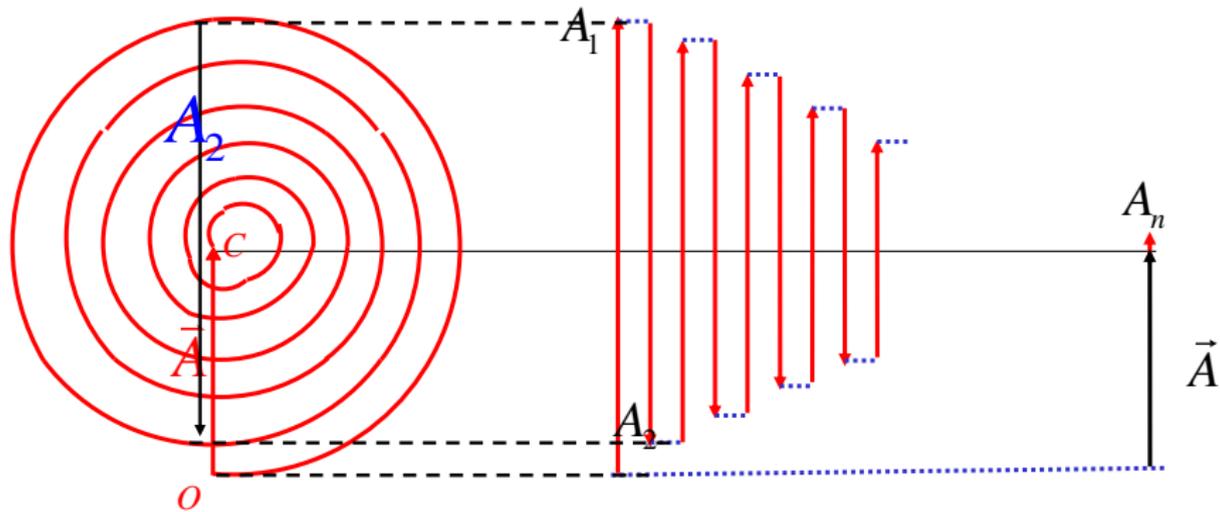
$$\theta = \pi$$

这螺旋线一直旋绕到半径趋于0为止，最后到达圆心C



比较可得 $A = A_1/2$

自由传播时整个波前产生的振幅是第一个半波带的效果之半



$$A(p_0) = \frac{1}{2} [A_1 + (-1)^{n+1} A_n]$$

例 对于轴上一点 P_0 ，圆孔恰好包含了 $1/2$ 个半波带，求轴上 P_0 点的衍射强度

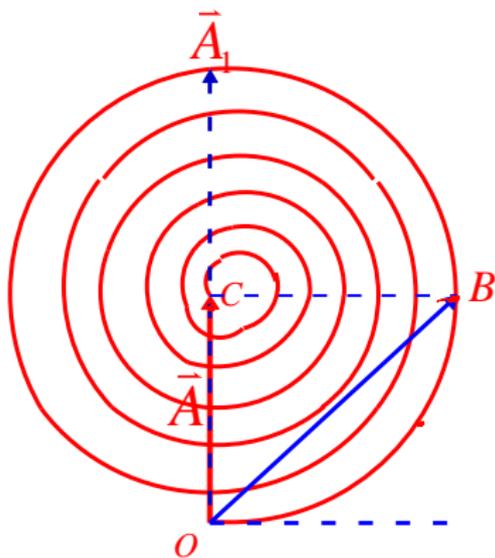
边缘与中心光程差为 $\lambda/4$
相位差为 $\pi/2$

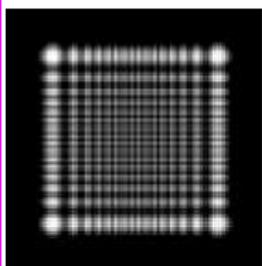
振动曲线应取OB一段

$$A_{OB} = \sqrt{2}A$$

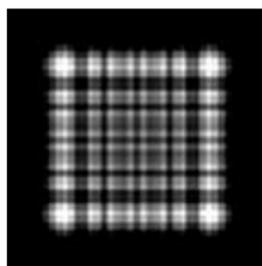
光强为自由传播时的两倍

利用该振动曲线图可以较方便的求出任何半径的圆孔和圆屏在**轴上**产生的振幅和光强

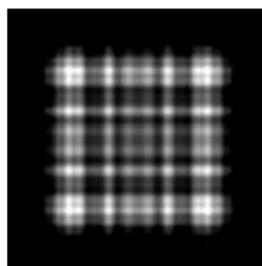




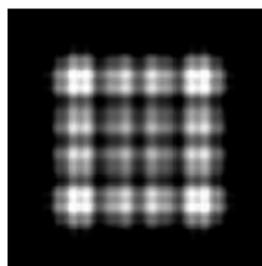
(a) $b=0.5\text{m}$



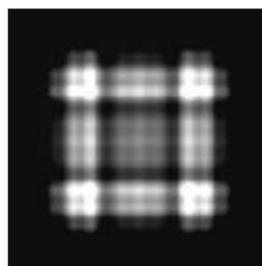
(b) $b=1.0\text{m}$



(c) $b=1.5\text{m}$

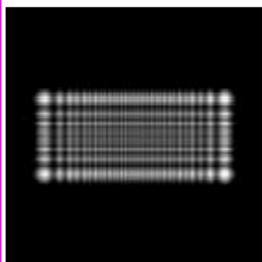


(d) $b=2.0\text{m}$

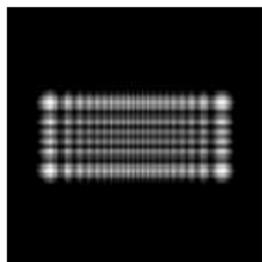


(e) $b=2.5\text{m}$

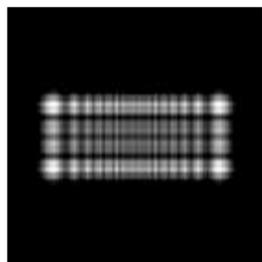
正方形孔的非涅耳衍射仿真图样（不同观察平面上）



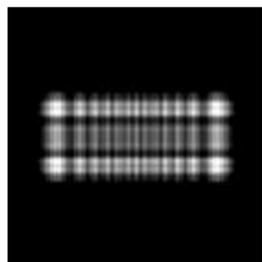
(a) $b=1.0\text{m}$



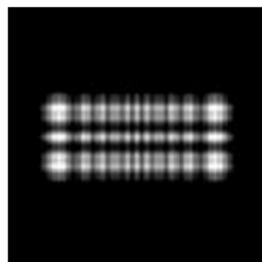
(b) $b=1.5\text{m}$



(c) $b=2.0\text{m}$

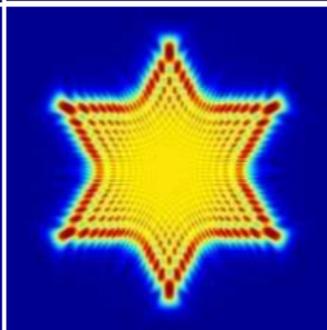
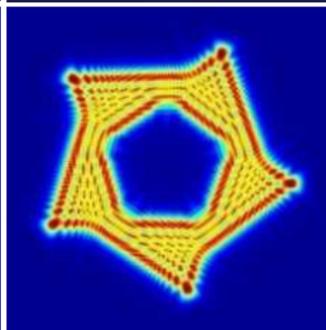
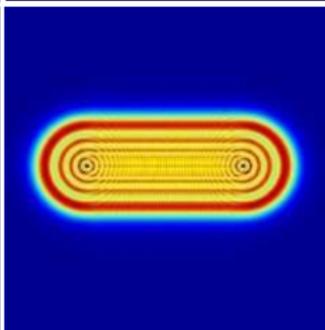
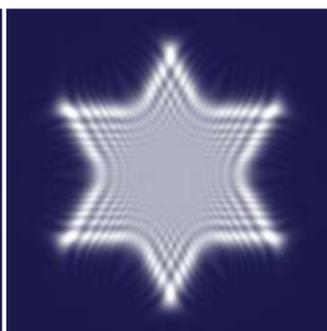
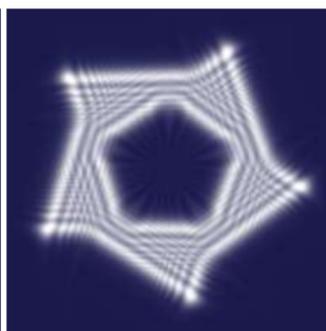
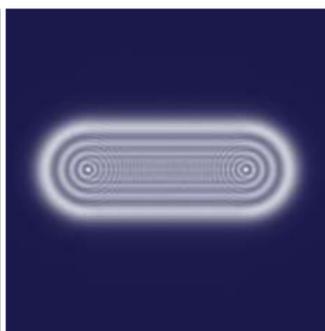


(d) $b=2.5\text{m}$



(e) $b=3\text{m}$

矩形孔的非涅耳衍射仿真图样（不同观察平面上）



圣诞树

椭圆跑道

梅花飞镖

六角星

任意屏的非涅耳衍射仿真图样

3、菲涅耳波带片

$$|E(p_0)| = A_1(p_0) - A_2(p_0) + A_3(p_0) - \cdots + (-1)^{n+1} A_n(p_0)$$

?? 只让奇（偶）序数半波带透过

一块波带片的孔径内20个半波带，透奇挡偶，轴上场点的强度是自由传播时的多少倍 ??

$$A' = A_1 + A_3 + A_5 + \cdots + A_{19} \approx 10A_1 = 20A$$

自由传播时的振幅是第一个半波带振幅的一半

点光源S发出的光经过菲涅耳波带片可在适当的位置P形成很强的亮点

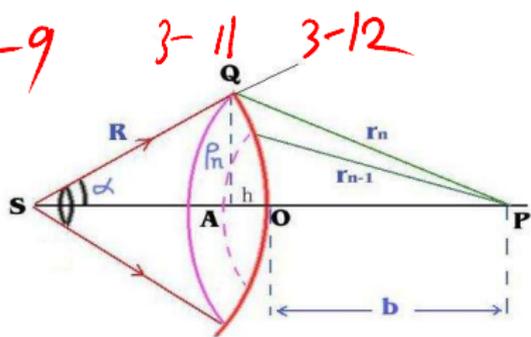
3-2 3-3 3-5 3-7 3-8 3-9 3-11 3-12

半波带的半径 ρ_n

$$\rho_n = \sqrt{\frac{Rb}{R+b} n\lambda}$$

$$n = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{b}\right) \frac{\rho^2}{\lambda}$$

$(n = 1, 2, \dots)$



$$\rho_1 = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}}$$

第一个半波带的半径

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} = \frac{1}{f}$$

$$\rho_n = \sqrt{\frac{Rb}{R+b} n\lambda}$$



$$\frac{n\lambda}{\rho_n^2} = \frac{R+b}{Rb}$$

$$\text{令 } f = \frac{\rho_n^2}{n\lambda} \xrightarrow{\rho_n = \sqrt{n\rho_1}} \frac{\rho_1^2}{\lambda}$$



$$\frac{1}{R} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

如平行光照明圆孔 $R \rightarrow \infty, b = f$

波带片制作:

$$r_m = \sqrt{m\lambda R}$$

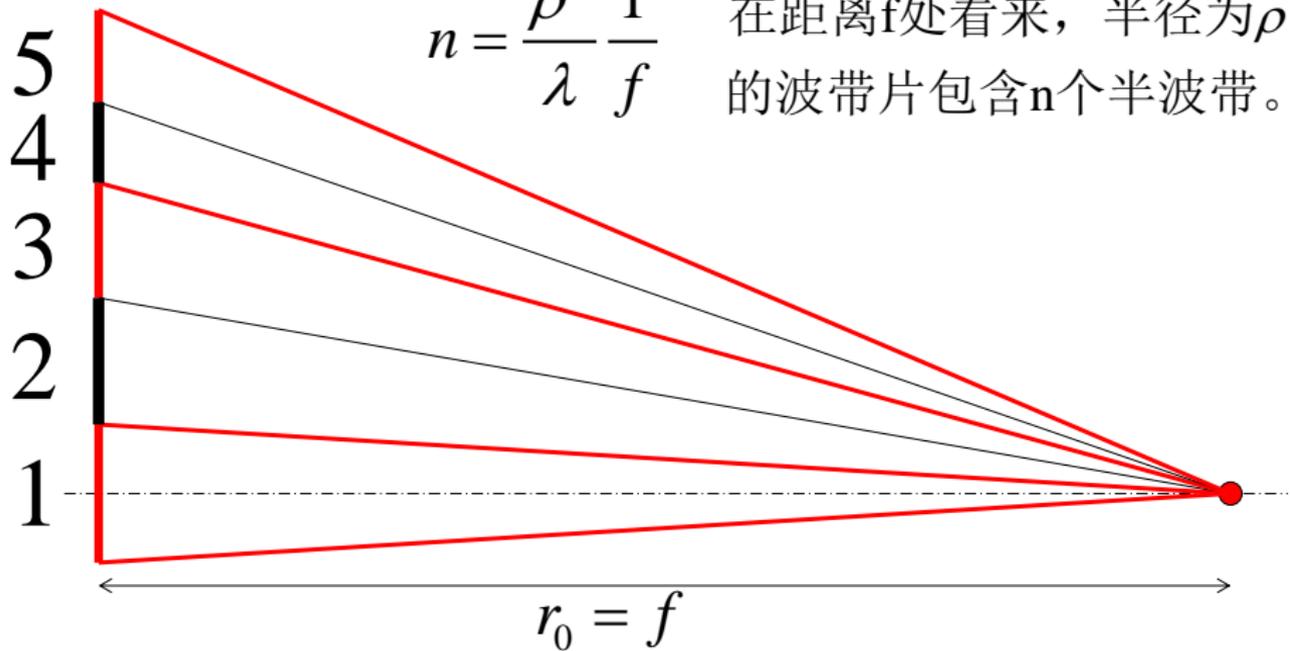
- 1、确定**工作波长 λ** 及所需的**主焦距 f**

$$f = \frac{\rho_1^2}{\lambda} \quad \rho_n = \sqrt{\frac{Rb}{R+b} n\lambda} = \sqrt{n\rho_1} = \sqrt{\underline{n\lambda f}}$$

- 2、算出相应的半径，并将各个环带**相间涂黑**
- 3、缩微照相制版方法；干涉记录方法

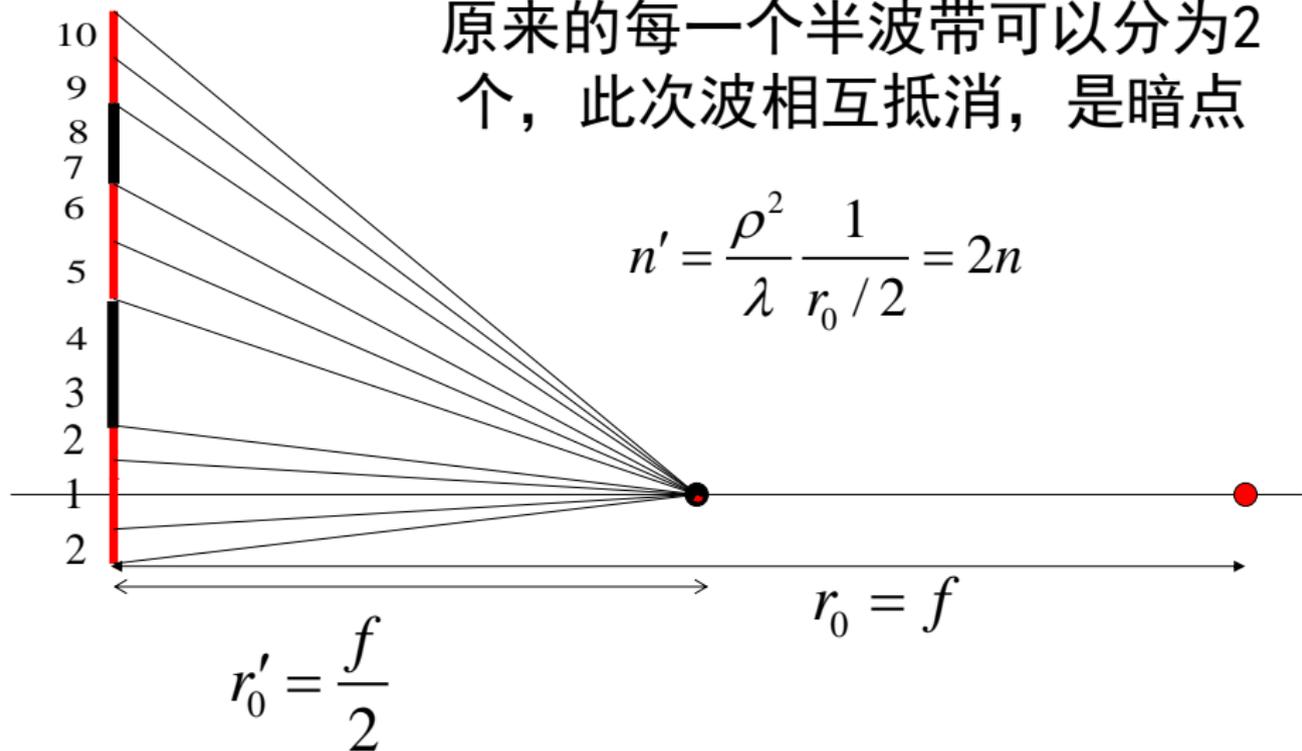
$$n = \frac{\rho^2}{\lambda} \frac{1}{f}$$

在距离f处看来，半径为 ρ 的波带片包含n个半波带。



$$2n = \frac{\rho^2}{\lambda} \frac{1}{f/2}$$

原来的每一个半波带可以分为2个，此次波相互抵消，是暗点



波带片与透镜的重要区别

- 波带片有多个焦点（亮点）

f (主焦点), $f/3, f/5, f/7 \dots$ 次焦距都小于主焦距

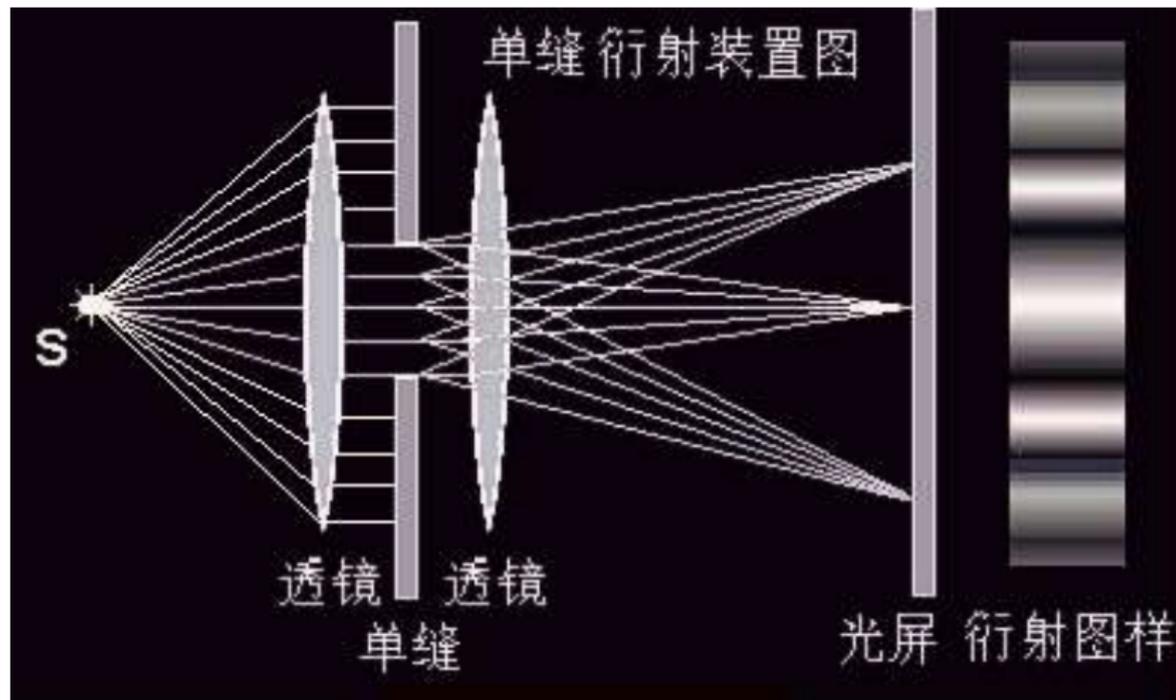
- 波带片的成像原理与普通透镜不同

普通透镜，从物点到像点是等光程的，这种成像过程也可看作是一种**各光束光程相等**的相长干涉过程

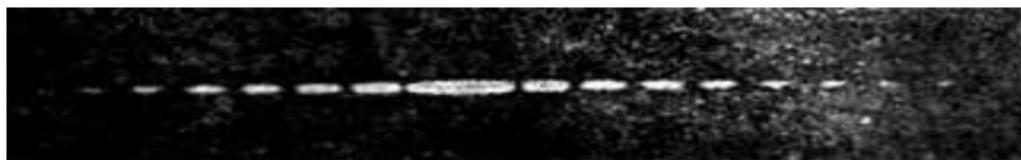
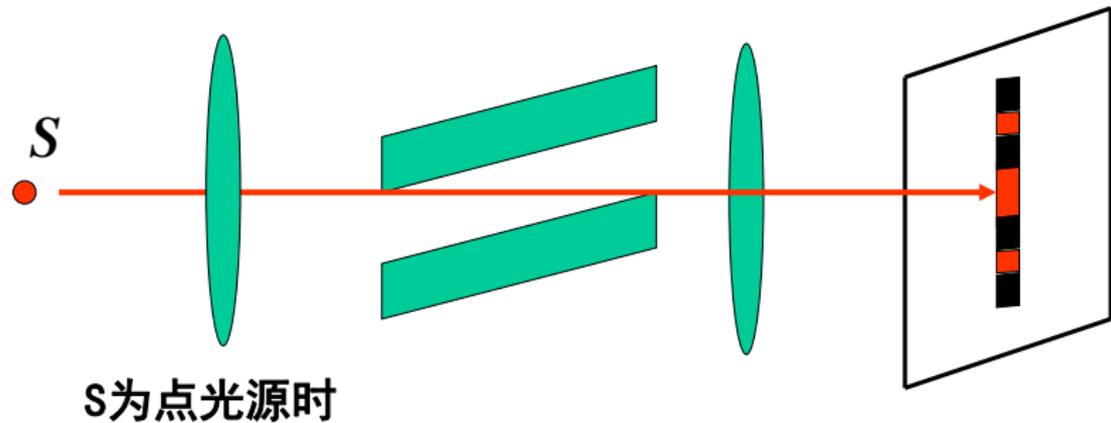
波带片，由物点通过不同透光环带到达像点的光程各不相同，但其差值均为波长的整数倍，形成亮点，是一种**各光束光程不相等**的相长干涉过程

单缝夫琅禾费衍射

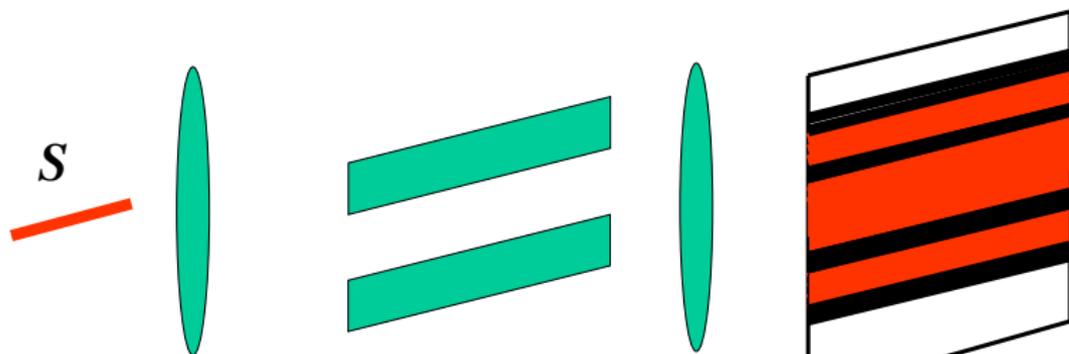
一、衍射装置 *3-2 3-3 3-5 3-7 3-8 3-9 3-11 3-12*



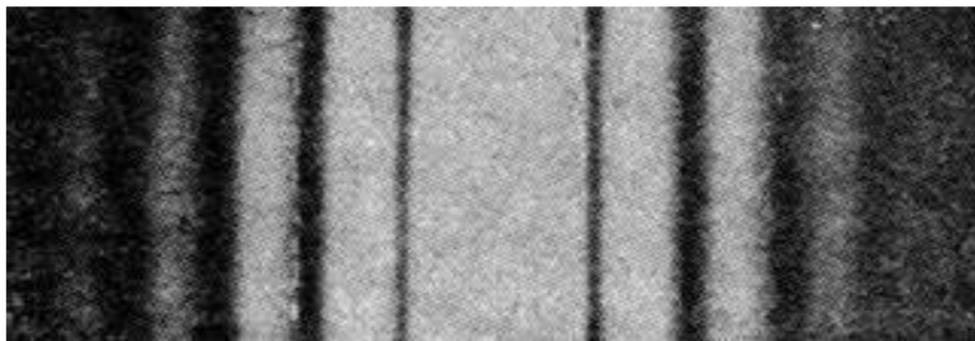
二、衍射图样



S 为点光源时的衍射图样



S为与缝平行的线光源时

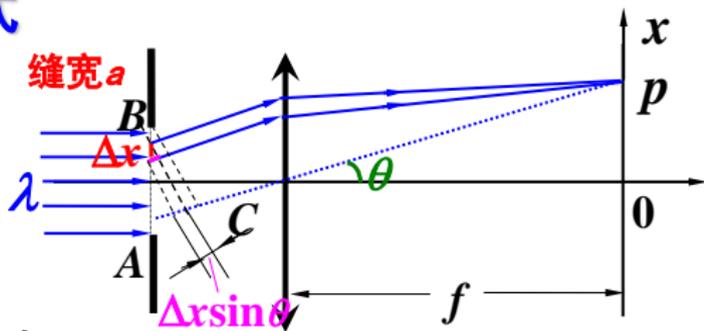


S为线光源时的衍射图样

三、衍射图样分析

1. 矢量图解法→光强公式

将缝等分成 N 个窄带，各窄带发的子波在 p 点（傍轴）振幅近似相等 ΔE_0



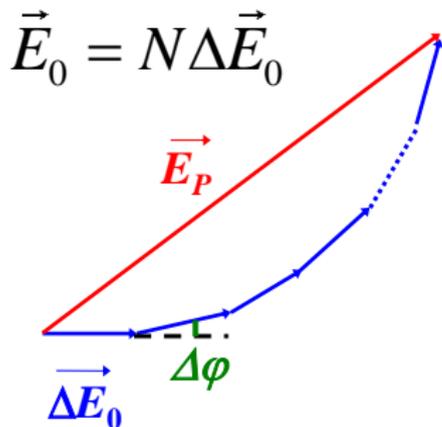
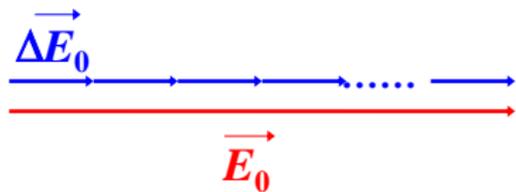
相邻窄带发的子波到 p 点的相位差为：

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{a \cdot \sin \theta}{N}$$

P 点即为 N 同频率、同振幅、相差依次为 $\Delta\varphi$ 的子波的叠加（矢量合成）

P 点的合振幅 E_p 就是各子波的振幅矢量和的模；相邻矢量间的夹角为各子波间振动的相位差

对于 O 点： $\theta = 0$ ， $\Delta\varphi = 0$



对于其它点 P ： θ ， $\Delta\varphi$

$N \rightarrow \infty$ 时， $\Delta E_0 \rightarrow 0$ ， N 个相接的折线将变为一个圆弧

$$E_p < E_0 \text{ (弧长)}$$

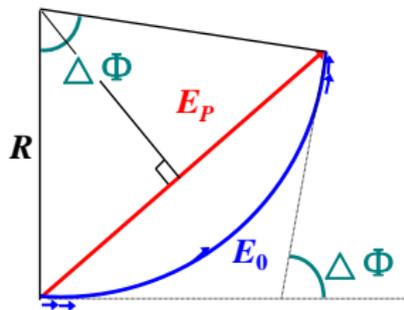
$$E_p = 2R \sin \frac{\Delta\Phi}{2} \quad E_0 = R\Delta\Phi \quad (\text{弧长})$$

$$E_p = 2 \frac{E_0}{\Delta\Phi} \sin \frac{\Delta\Phi}{2} = \frac{E_0}{\Delta\Phi/2} \sin \frac{\Delta\Phi}{2}$$

$$\Delta\Phi = (N-1)\Delta\varphi = \frac{a \sin \theta}{\lambda} 2\pi$$

$$\text{令: } \alpha = \frac{\Delta\Phi}{2} = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

$$\Rightarrow E_p = E_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$



$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{\Delta x \sin \theta}{\lambda} \cdot 2\pi \\ &= \frac{a \sin \theta}{N} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \end{aligned}$$

***P*点的光强（单缝夫琅和费衍射的强度分布公式）**

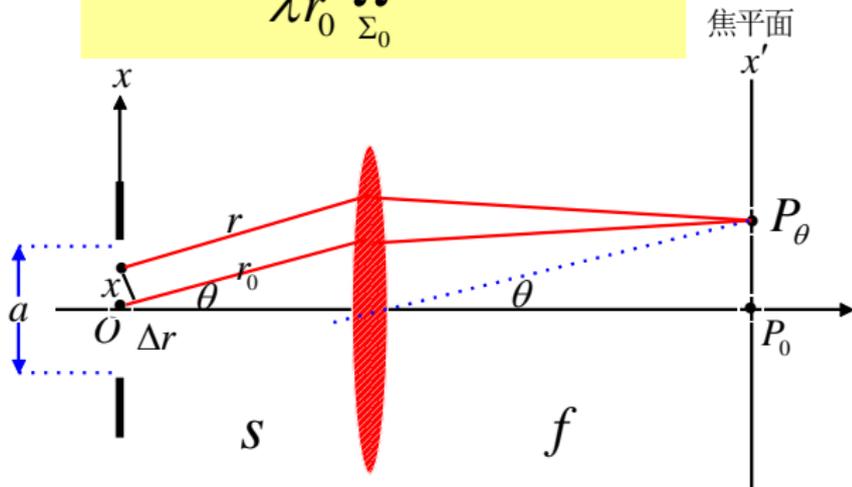
$$I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

单缝衍射因子

2. 菲涅耳—基尔霍夫衍射公式

$$E(p) = \frac{-i}{\lambda r_0} \iint_{\Sigma_0} E(Q) e^{ikr} d\Sigma_0$$

傍轴条件



$$E(p_\theta) = \frac{-i}{\lambda f} E(Q) \iint e^{ikr} dx dy \quad *$$

$$\Delta r = r - r_0 = -x \sin \theta$$

$$E(p_\theta) = C e^{ikr_0} \int_{-a/2}^{a/2} e^{ik\Delta r} dx = C e^{ikr_0} \int_{-a/2}^{a/2} \exp(-ikx \sin \theta) dx$$

$$= C e^{ikr_0} \frac{\exp(-ikx \sin \theta)}{-ik \sin \theta} \Bigg|_{x=-a/2}^{x=a/2} = 2C e^{ikr_0} \frac{\sin(ka \sin \theta/2)}{k \sin \theta}$$



$$\text{令 } \alpha = \frac{ka \sin \theta}{2} = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

$$= a C e^{ikr_0} \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

$$\theta = 0 \rightarrow \alpha = 0 \rightarrow \sin \alpha / \alpha = 1$$

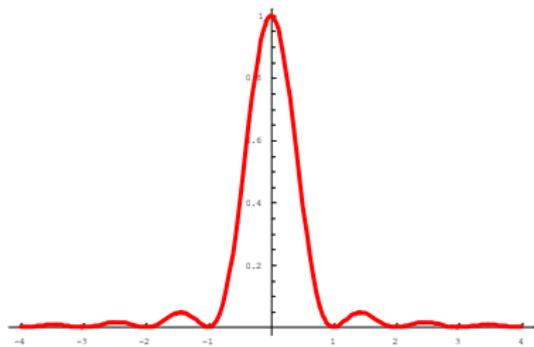
$$E_0(p_0) = a C e^{ikr_0(p_0)}$$



$$I_\theta = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

I_0 衍射场中心点光强

3.单缝衍射的特征



$$I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

$$\frac{a \sin \theta}{\lambda}$$

(1) **主极大**（中央明纹中心）位置（零级衍射斑或主极强）

$$\theta = 0, \alpha = 0 \rightarrow \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1 \rightarrow I = I_0 = I_{\max}$$

零级衍射斑对应几何光学的像点

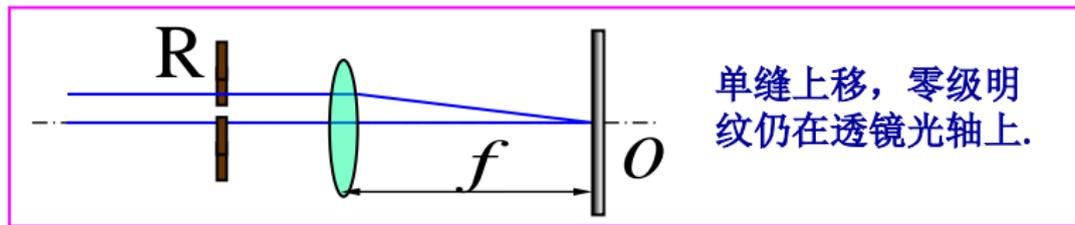
? **点光源**上下或左右移动 ? **缝**上下或左右移动

所有光线等光程

费马原理

单缝衍射的动态变化

单缝上下移动，根据透镜成像原理衍射图不变。



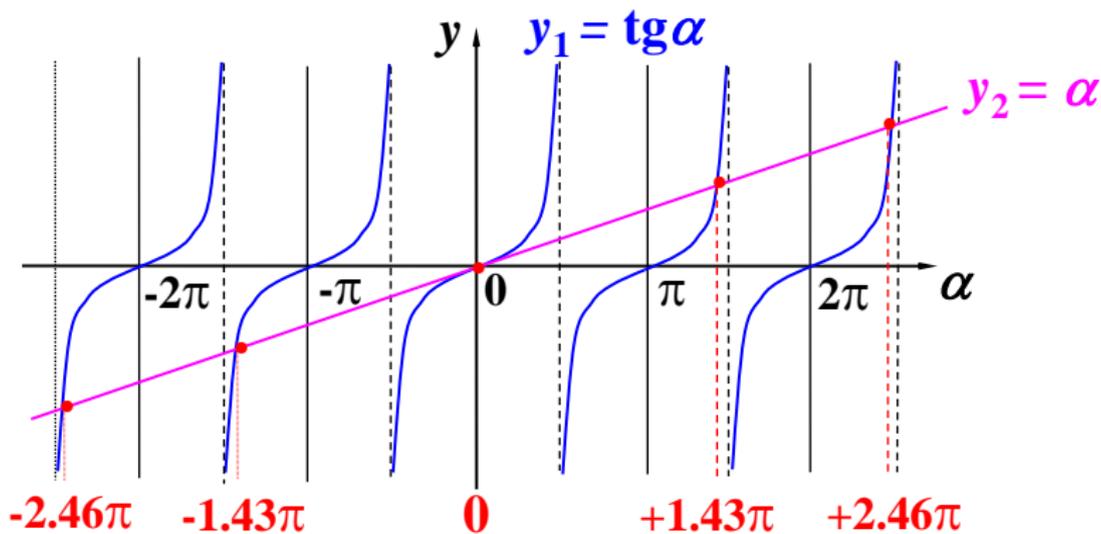
(2) 极小（暗斑）位置：

$$\alpha = \pm m\pi, \quad m = 1, 2, 3 \cdots \text{时}, \sin \alpha = 0 \rightarrow I = 0$$
$$I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$
$$\sin \theta = \pm m \frac{\lambda}{a}$$
$$\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

(3) 次极大位置：（高级衍射斑）

$$\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) = 0$$

$$\rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \alpha$$



$$\alpha = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \dots$$

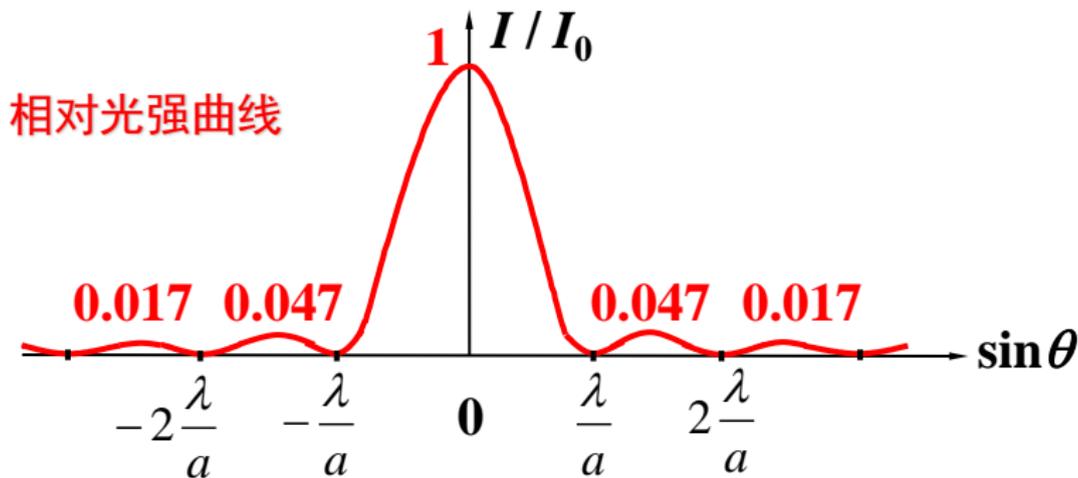
$$a \sin \theta = \pm 1.43\lambda, \pm 2.46\lambda, \pm 3.47\lambda, \dots$$

(4) 光强:

$$\alpha = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \dots \rightarrow I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

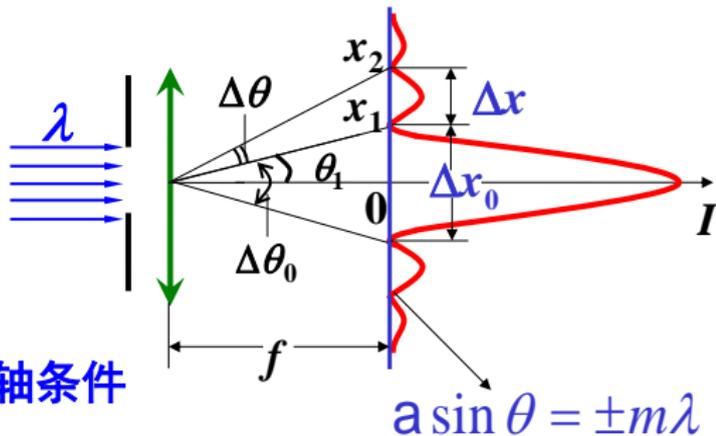
从中央往外各次极大的光强依次为 $0.0472 I_0$, $0.0165 I_0$, $0.0083 I_0$...

$\therefore I_{\text{次极大}} \ll I_{\text{主极大}}$



(5) 条纹宽度

a. 中央明纹宽度



角宽度

$$2 \frac{\lambda}{a}$$

傍轴条件

半角宽度

$$\Delta \theta = \lambda/a$$

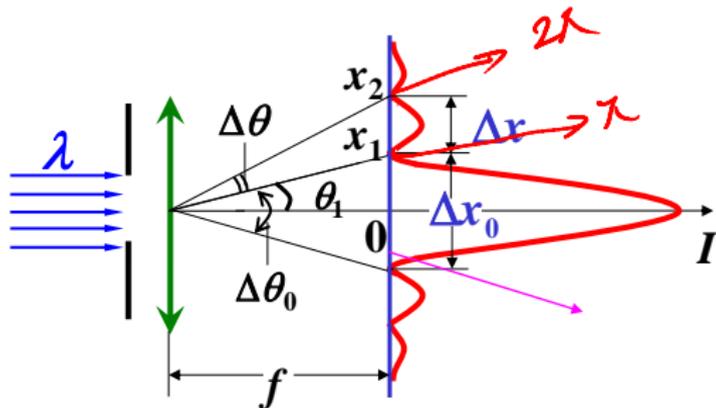
$$\theta = \sin \theta = \lambda/a$$

线宽度

$$\Delta x_0 = 2f \cdot \text{tg} \theta_1 = 2f \theta_1 = 2f \frac{\lambda}{a}$$

$$I_{\text{缝}}(P) = I_{\text{丝}}(P) \quad P \neq 0$$

测径



b. 其他明纹 (次极大) 宽度

$$\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = \pm k\pi = \frac{\pi a \theta}{\lambda} \quad \Delta\theta = \lambda/a$$

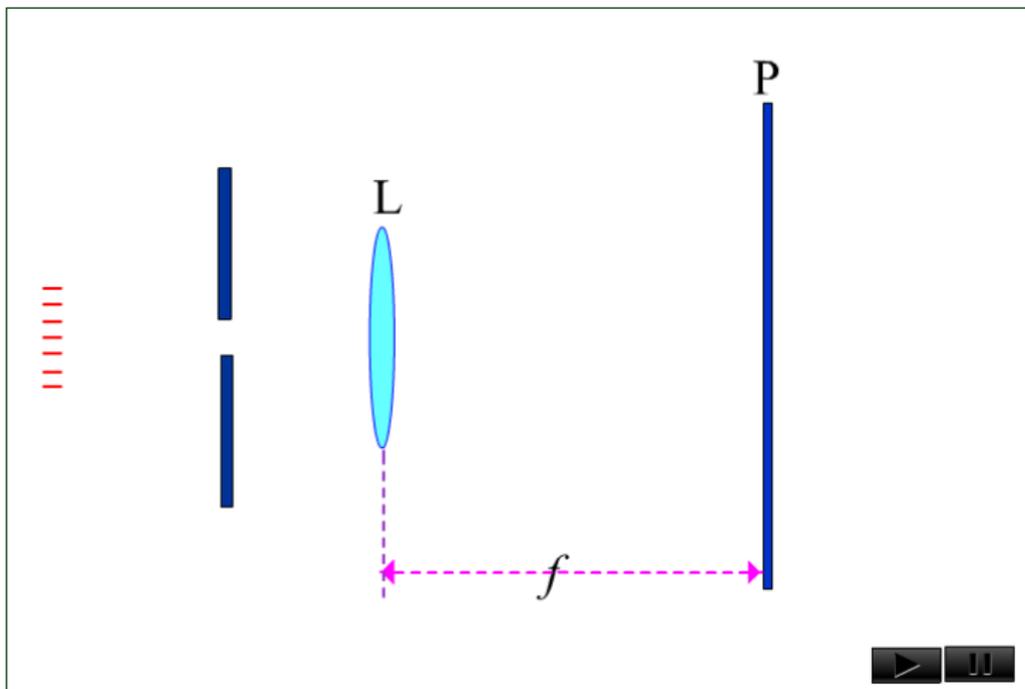
$$\Delta x = f \frac{\lambda}{a} = \frac{1}{2} \Delta x_0 \quad \text{—衍射明纹宽度的特征}$$

零级亮斑的宽度比其余的大一倍

入射波长变化，衍射效应如何变化？

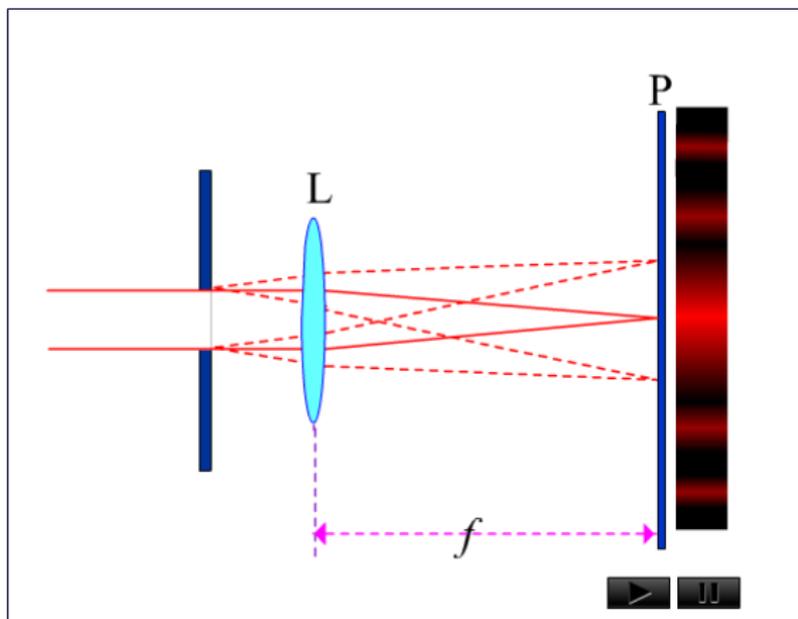
$$\Delta x = f \Delta \theta \propto \lambda$$

波长越长，条纹宽度越宽



缝宽变化对条纹的影响

$\Delta x = f \Delta \theta \propto a^{-1}$ 缝宽越小，条纹宽度越宽



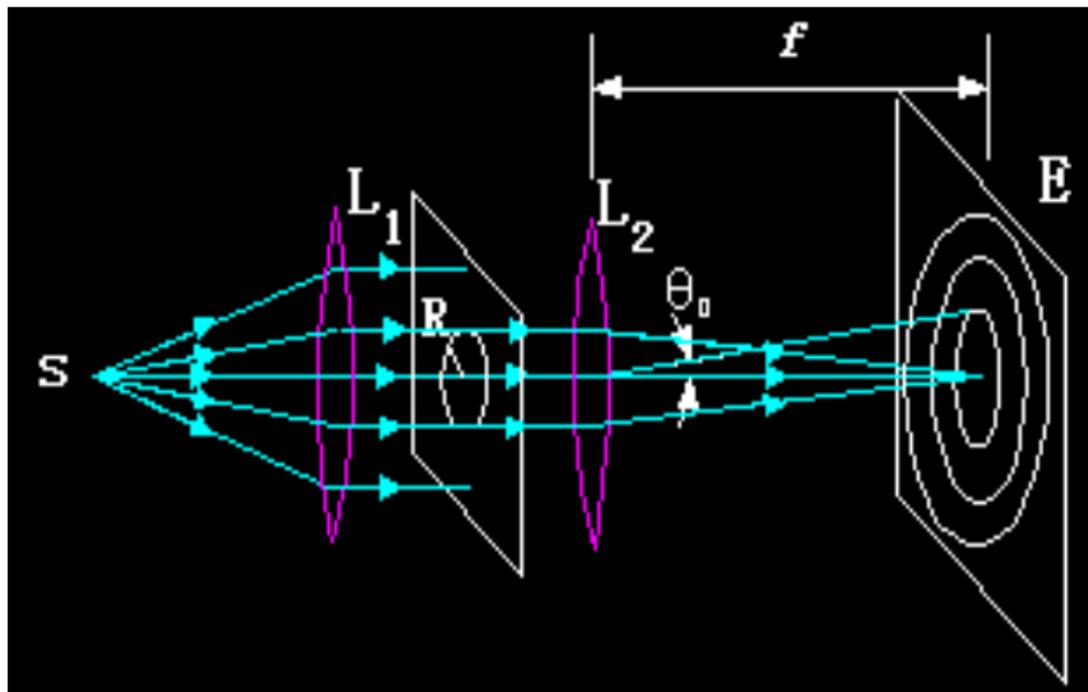
$a/\lambda \rightarrow 0$

屏幕是一片亮

$a/\lambda \rightarrow \infty, \Delta x \rightarrow 0$ 只显出单一的明条纹 —— 缝光源的几何光学像

几何光学是波动光学在 $\lambda/a \rightarrow 0$ 时的极限情形

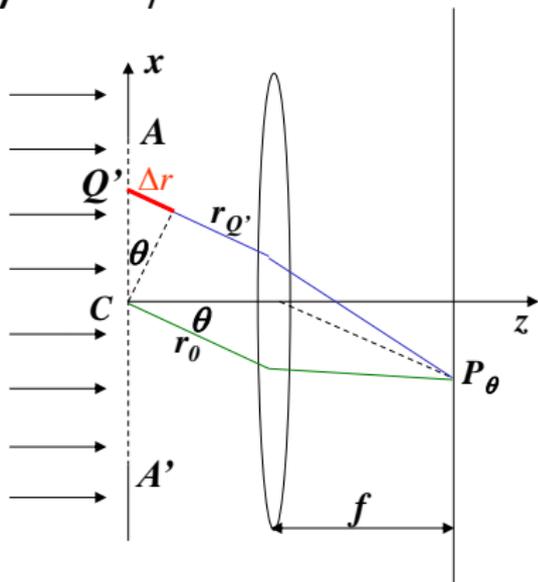
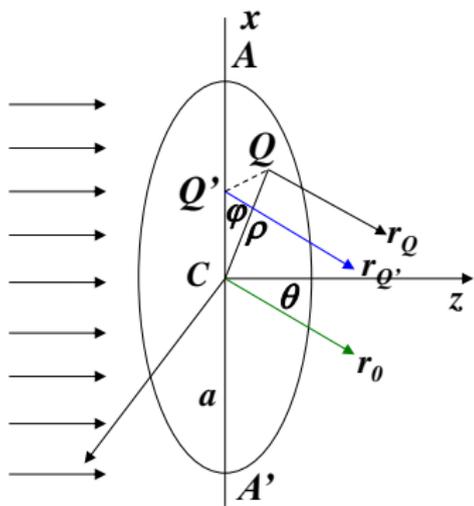
一、圆孔夫琅禾费衍射



多数光学元件都有圆形通光孔
圆孔的衍射是常见的光学现象

$$E(p_\theta) = \frac{-i}{\lambda f} \iint E(Q) e^{ikr} dx dy$$

$$\Delta r = r - r_0 = \rho \cos \varphi \sin \theta$$



$$E(p_\theta) = C e^{ikr_0} \iint_{x^2+y^2 \leq a^2} e^{ik\Delta r} dx dy$$

$$E(\theta) = C e^{ikr_0} \iint_{x^2+y^2 \leq a^2} e^{ik\Delta r} dx dy \quad J_1(u) \text{为一阶Bessel函数}$$

$$= C e^{ikr_0} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a \rho d\rho e^{ik\rho \cos\varphi \sin\theta}$$

$$\text{关系式: } \exp(ix \cos\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(x) e^{in\varphi}, \quad \frac{d}{dx}(xJ_1(x)) = xJ_0(x)$$

$$E(\theta) \propto \frac{2J_1(u)}{u} \quad I(\theta) = I_0 \left[\frac{2J_1(u)}{u} \right]^2 \quad u = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta$$

圆孔衍射因子

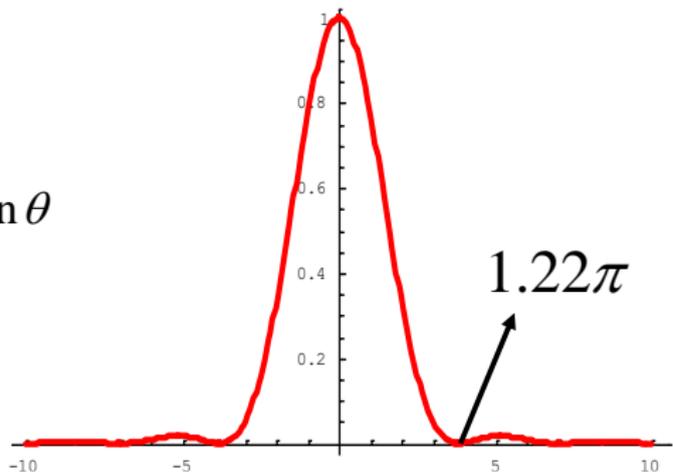
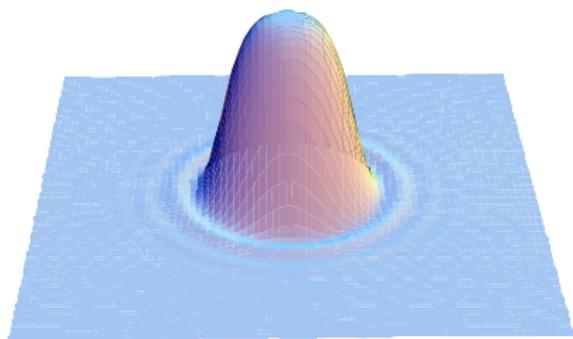
I_0 为衍射图样中心点 P_0 的光强, θ 为衍射角, a 为圆孔的半径

u 仍表示孔径边缘相应的最大相位差之半 ($2a$)

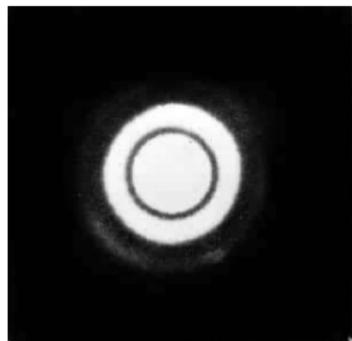
圆孔夫琅禾费衍射特点:

$$\left[\frac{2J_1(u)}{u} \right]^2$$

$$u = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$



$$I(\theta) = I_0 \left[\frac{2J_1(u)}{u} \right]^2$$



- 1、光强分布具有圆对称性
- 2、零级主极大是圆斑, 称为**爱里斑**
- 3、从爱里斑向外, 衍射图样形成一组明暗交替的同心圆环
随半径的增大各明环的亮度急剧下降

爱里斑中集中了衍射光能的很大一部分(84%)

- 4、爱里斑的**角半径**(即第一暗环对应的角半径)

$$\Delta\theta = 0.61 \frac{\lambda}{a} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

爱里斑
线半径

$$r = 0.61 \frac{\lambda f}{a} = 1.22 \frac{\lambda f}{D}$$

$$u = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \Delta\theta = 1.22\pi$$

$$\sin \Delta\theta \approx \Delta\theta$$

单缝?

D趋于无穷会怎么样?
衍射极限?

光学成像系统的分辨本领

一、问题提出

几何光学：

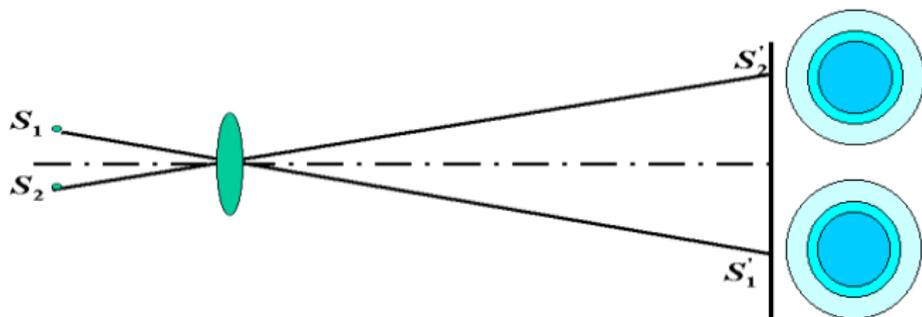
(经透镜)
物点 \Rightarrow 象点

物 (物点集合) \Rightarrow 象 (象点集合)

波动光学：

物点 \Rightarrow 象斑

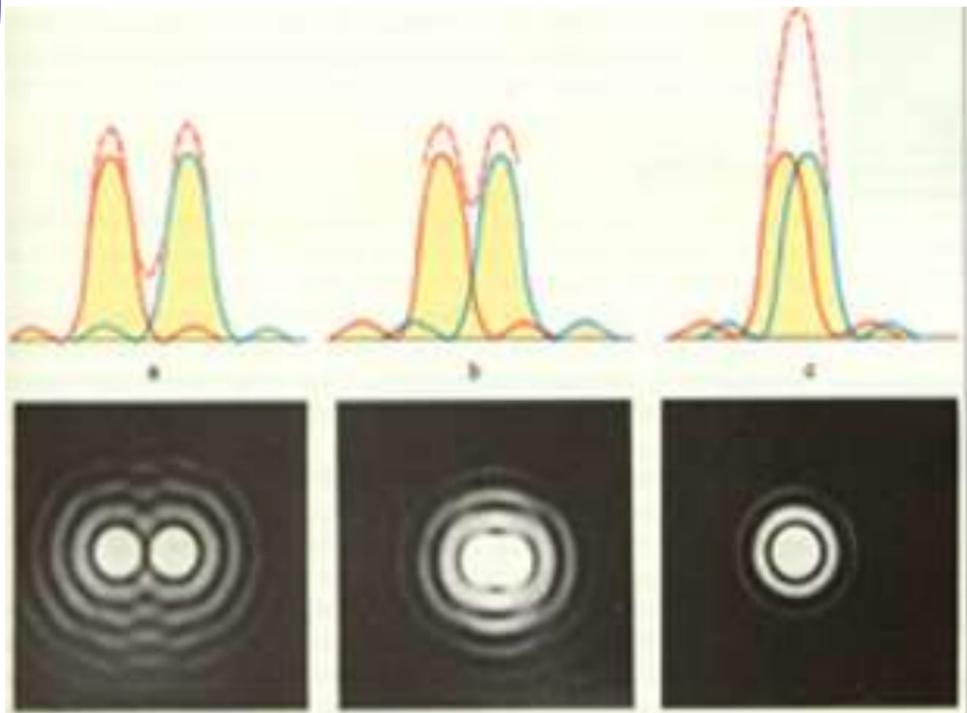
物 (物点集合) \Rightarrow 象 (象斑集合)



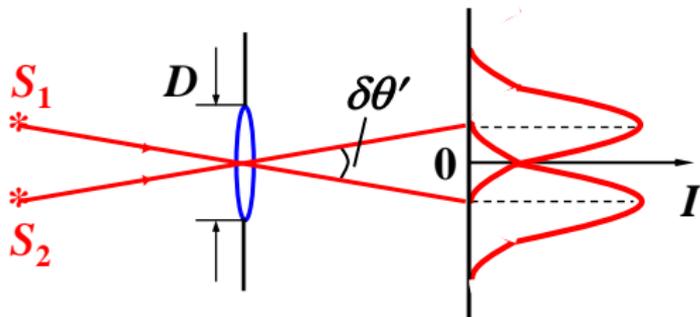
? 究竟两物点靠得多近时其象斑尚可分辨

二、瑞利判据

如果一个物点所产生的衍射图样的主极大中心恰与另一物点的衍射图样的第一零点位置重合，则这两个像斑或物点是刚好可以分辨的



三、透镜的分辨率



根据瑞利判据

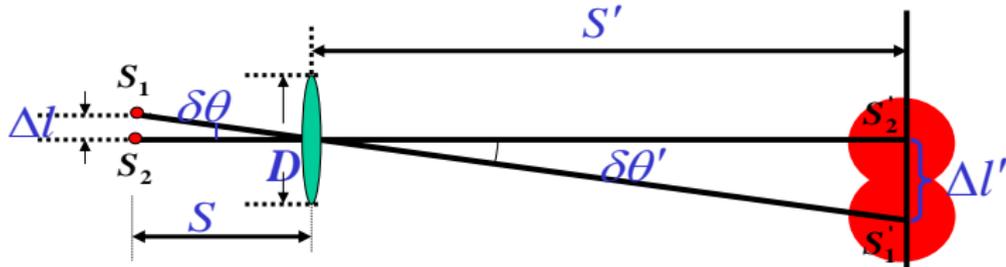
两个像斑中心的角距离恰好等于每一爱里斑的角半径

最小分辨角

像方

$$\delta\theta' = \Delta\theta \approx 1.22 \frac{\lambda'}{D} = 1.22 \frac{\lambda_0}{n'D}$$

λ' 为像方波长 λ_0 为真空波长



傍轴折射定律

$$n\delta\theta = n'\delta\theta'$$



最小分辨角

$$\delta\theta = \frac{n'}{n} \delta\theta' = 1.22 \frac{\lambda_0}{nD}$$

物方

最小分辨距离

$$\delta l = S \delta\theta = 1.22 \frac{\lambda_0 S}{nD}$$

如果都处于空气中

$$\delta\theta = \delta\theta' \approx 1.22 \frac{\lambda_0}{D}$$

眼睛的分辨本领

结构特点: $D=2\text{mm}$, $n=1$, $n'=1.336$, $\lambda_0=550\text{nm}$, $f'=2.2\text{cm}$

角分辨极限: 像空间: $\Delta\theta \approx 1.22\lambda/D = 1.22\lambda_0/n'D = 2.5 \times 10^{-4} \text{ rad}$

物空间: $\Delta\theta_0 \approx 1.22\lambda_0/D = 3.4 \times 10^{-4} \text{ rad}$

线分辨极限: 视网膜上: $\Delta l' = f'\Delta\theta = 5.5 \times 10^{-3} \text{ mm}$

对明视距离处物点: $\Delta l = S\Delta\theta_0 = 8.5 \times 10^{-2} \text{ mm}$

▲ 世界上最大的**光学**望远镜:

$D = 8.2 \text{ m}$ (USA)

$D = 8 \text{ m}$ (R)

▲ 最大**红外**望远镜:

$D = 3.357 \text{ m}$ (USA)

▲ 世界上最大的**射电**望远镜:
 $D = 305 \text{ m}$ (USA)

1毫米到30米



多缝衍射—光栅

1. 光栅的概念

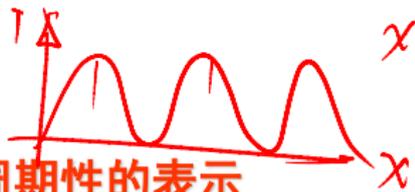
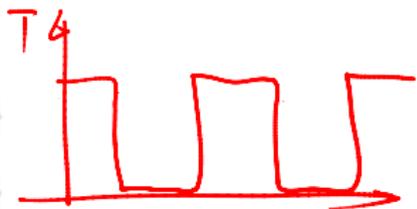
任何具有周期性的空间结构或光学性能（透射率、折射率）的衍射屏→光栅。

2. 光栅的种类

透射光栅、反射光栅

黑白光栅、正弦光栅

一维, 二维, 三维

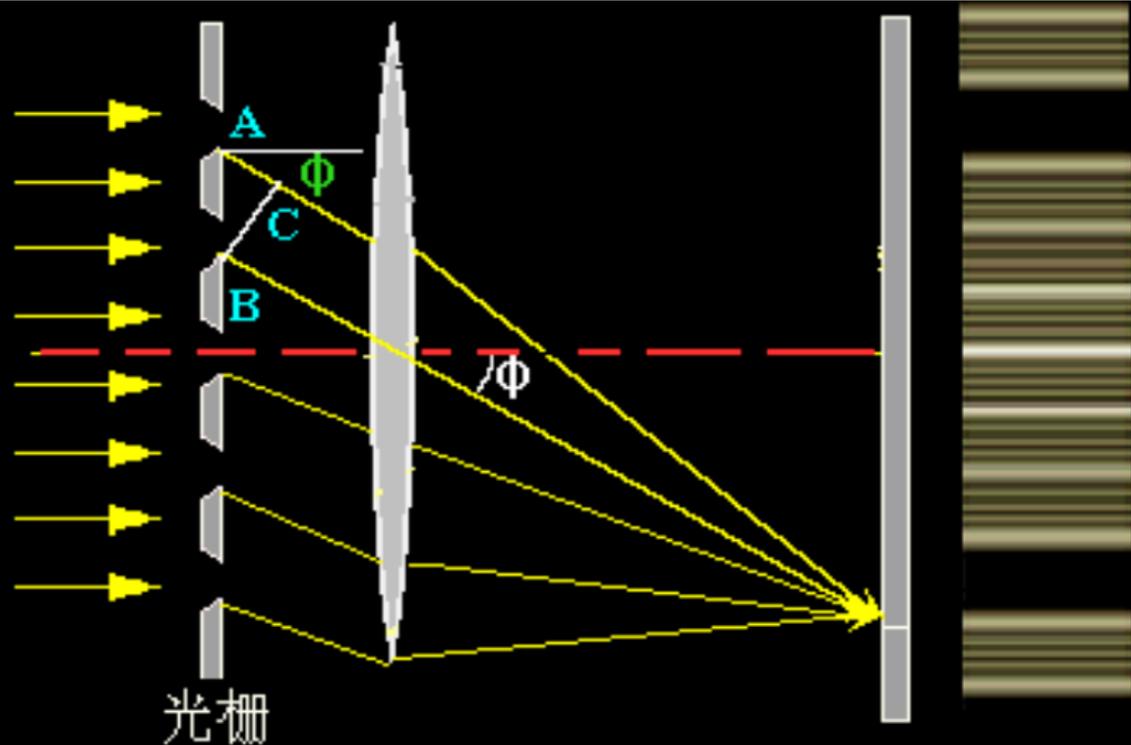


3. 光栅常数 $d = a + b$ 是光栅空间周期性的表示

普通光栅刻线为数十条/mm — 数千条/mm

用电子束刻制可达数万条/mm

光谱分析



光栅

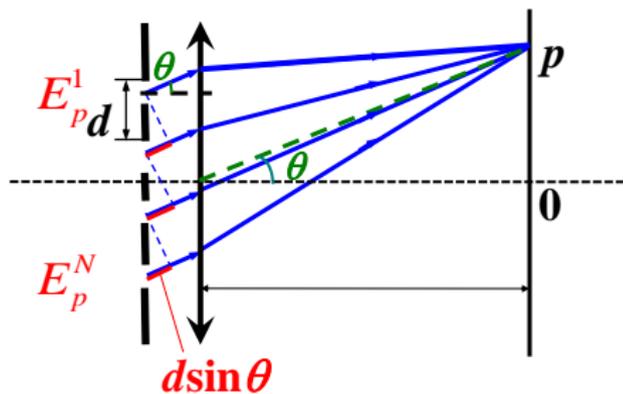
光栅衍射示意图

光栅夫琅和费衍射的光强公式

复振幅法

$$\left\{ \begin{array}{l} E_p^1 = E \\ E_p^2 = Ee^{i\Delta\varphi} \\ E_p^3 = Ee^{2i\Delta\varphi} \\ \dots \\ E_p^N = Ee^{i(N-1)\Delta\varphi} \end{array} \right.$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$



$$E = E_{0\text{单}} \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

$$E_p = E_{0\text{单}} \frac{\sin \alpha}{\alpha} (1 + e^{i\Delta\varphi} + e^{2i\Delta\varphi} + \dots + e^{i(N-1)\Delta\varphi})$$

$$\begin{aligned}
 E_p &= E_{0\text{单}} \frac{\sin \alpha}{\alpha} (1 + e^{i\Delta\varphi} + e^{2i\Delta\varphi} + \cdots + e^{i(N-1)\Delta\varphi}) \\
 &= E_{0\text{单}} \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot \frac{1 - (e^{i\Delta\varphi})^N}{1 - e^{i\Delta\varphi}} = E_{0\text{单}} \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot \frac{1 - e^{iN\Delta\varphi}}{1 - e^{i\Delta\varphi}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_p &= E_p E_p^* = (|E_{0\text{单}}| \frac{\sin \alpha}{\alpha})^2 \cdot \frac{1 - e^{iN\Delta\varphi}}{1 - e^{i\Delta\varphi}} \frac{1 - e^{-iN\Delta\varphi}}{1 - e^{-i\Delta\varphi}} \\
 &= (|E_{0\text{单}}| \frac{\sin \alpha}{\alpha})^2 \cdot \frac{2 - (e^{iN\Delta\varphi} + e^{-iN\Delta\varphi})}{2 - (e^{i\Delta\varphi} + e^{-i\Delta\varphi})} \\
 &= (|E_{0\text{单}}| \frac{\sin \alpha}{\alpha})^2 \cdot \frac{1 - \cos(N\Delta\varphi)}{1 - \cos(\Delta\varphi)}
 \end{aligned}$$

$$\cos x = 1 - 2 \sin^2(x/2)$$

$$I_p = I_{0\text{单}} \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cdot \frac{\sin^2(N\Delta\varphi/2)}{\sin^2(\Delta\varphi/2)}$$

$$= I_{0\text{单}} \underbrace{\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2}_{\text{单缝衍射因子}} \underbrace{\left(\frac{\sin(N\beta)}{\sin \beta} \right)^2}_{\text{多光束干涉因子}}$$

$$\beta = \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

$\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$: 单缝衍射因子

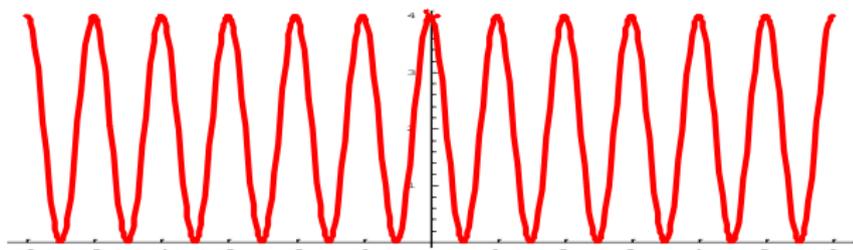
$\left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$: 缝间干涉因子

多光束干涉因子

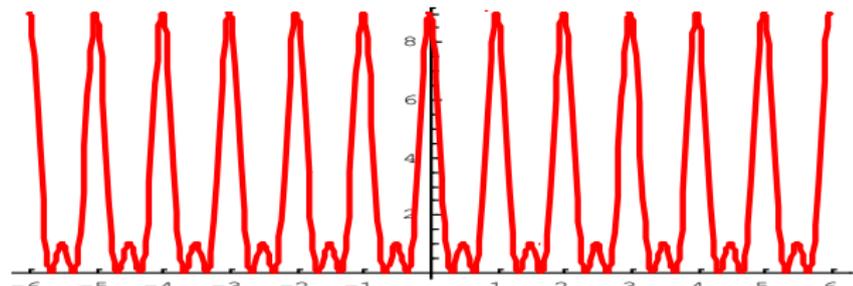
缝间干涉因子的特点

$$\left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$$

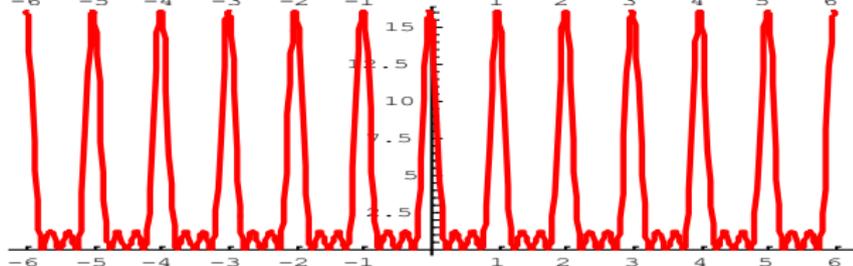
$N = 2$



$N = 3$

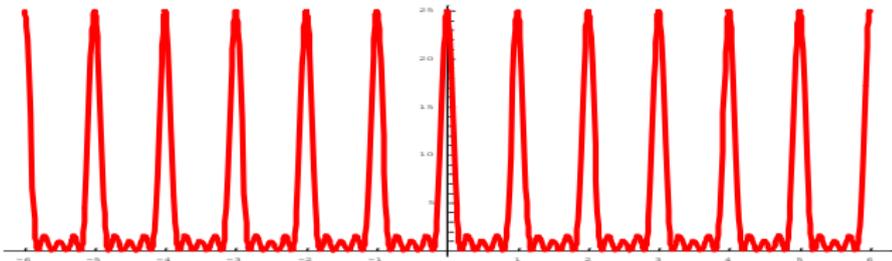


$N = 4$

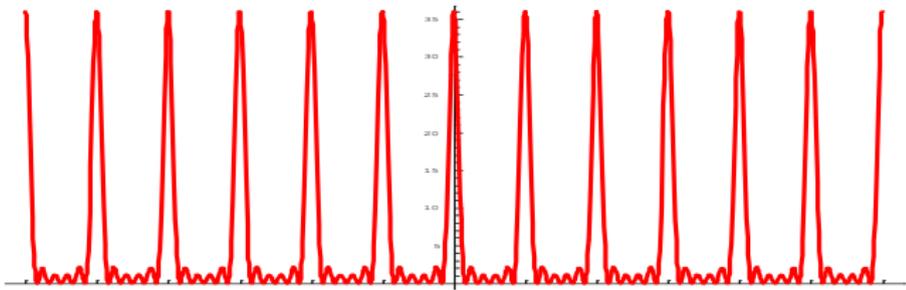


$d \sin \theta / \lambda$

$N = 5$



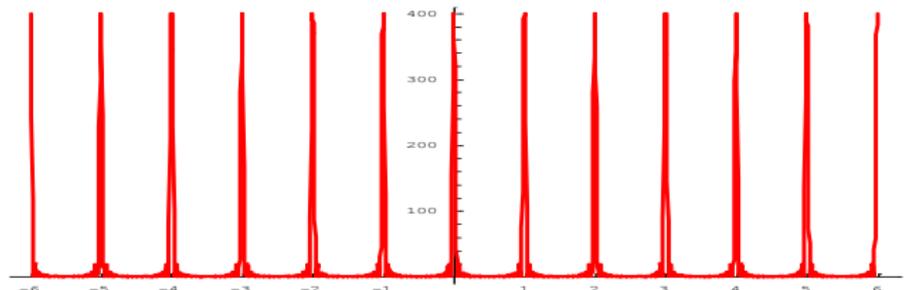
$N = 6$



$N - 1$ 个暗纹

$N - 2$ 个亮纹

$N = 20$

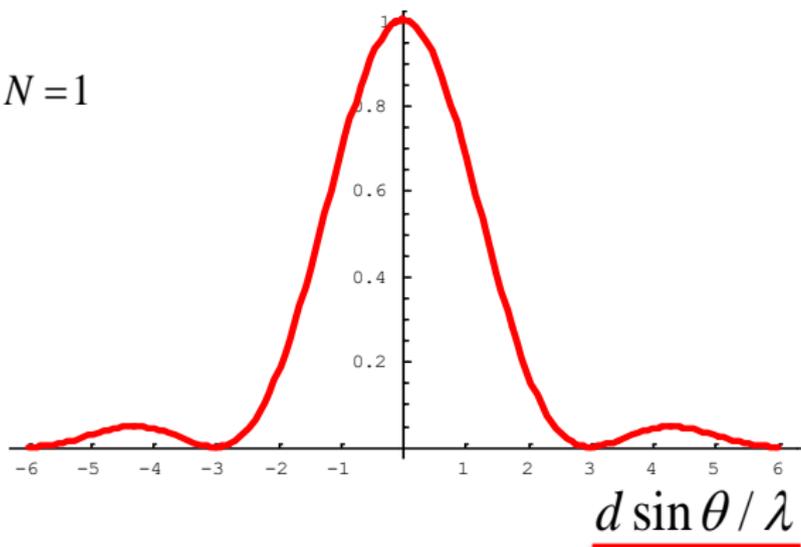


$d \sin \theta \rightarrow \lambda$

单缝衍射因子

$$\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$$

$N=1$



$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

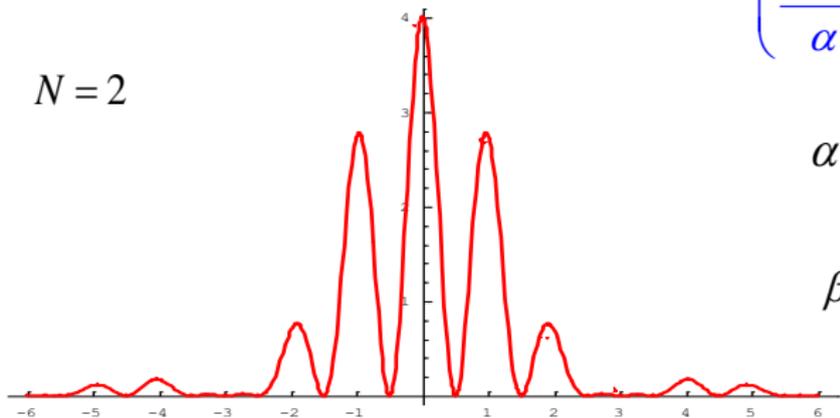
$$a \sin \theta = n\lambda$$

$$d = 3a$$

多缝干涉

$$\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta}\right)^2$$

$N = 2$

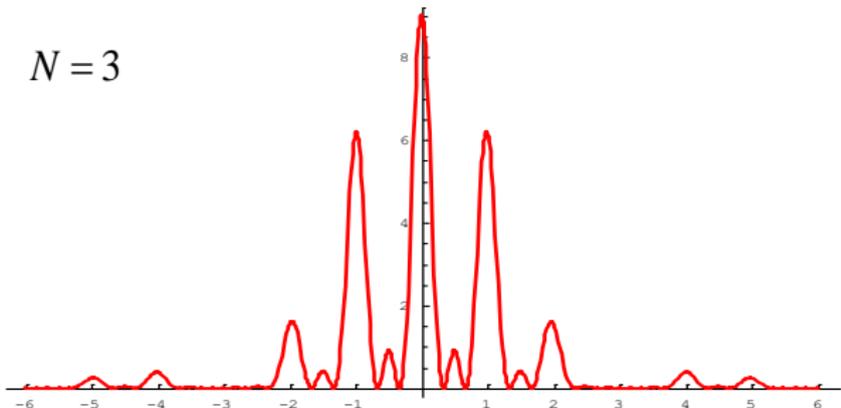


$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

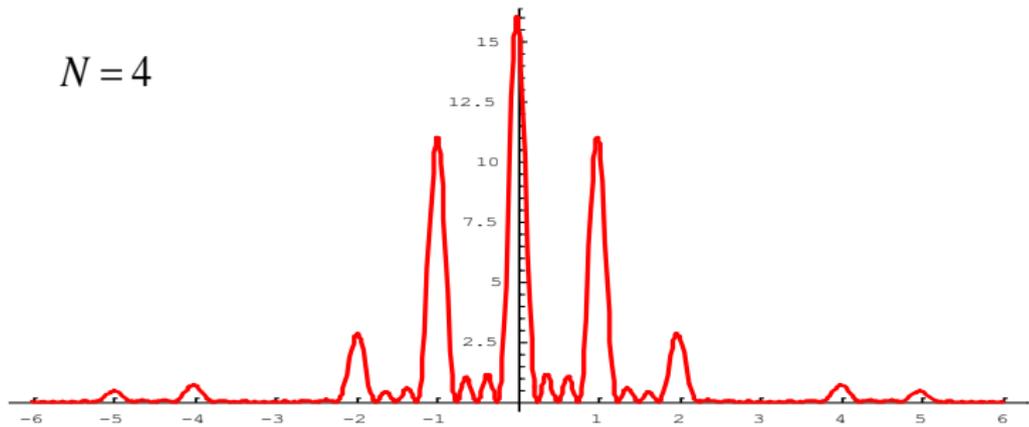
$$d = 3a$$

$N = 3$

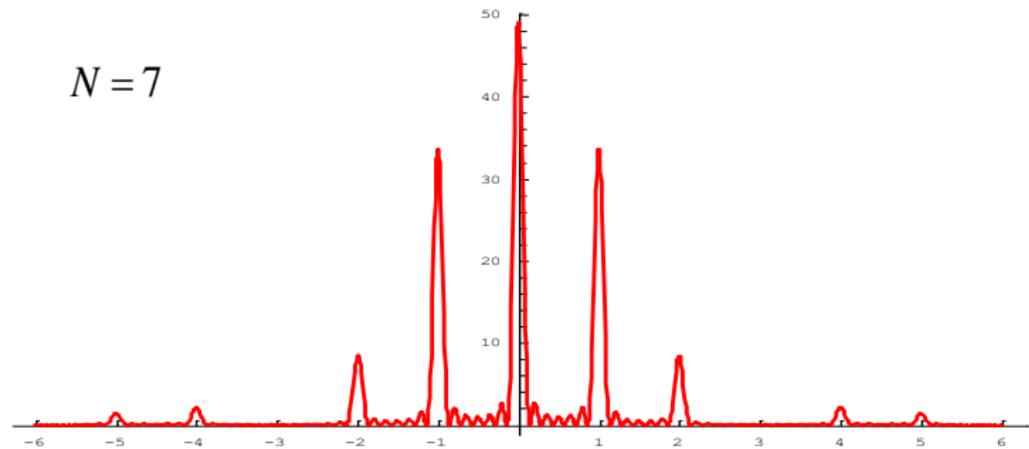


$d \sin \theta / \lambda$

$N = 4$

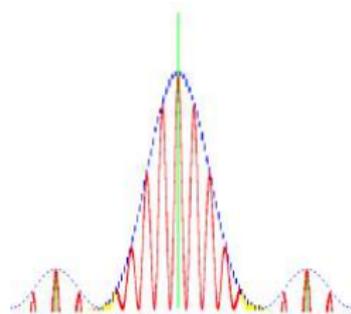


$N = 7$

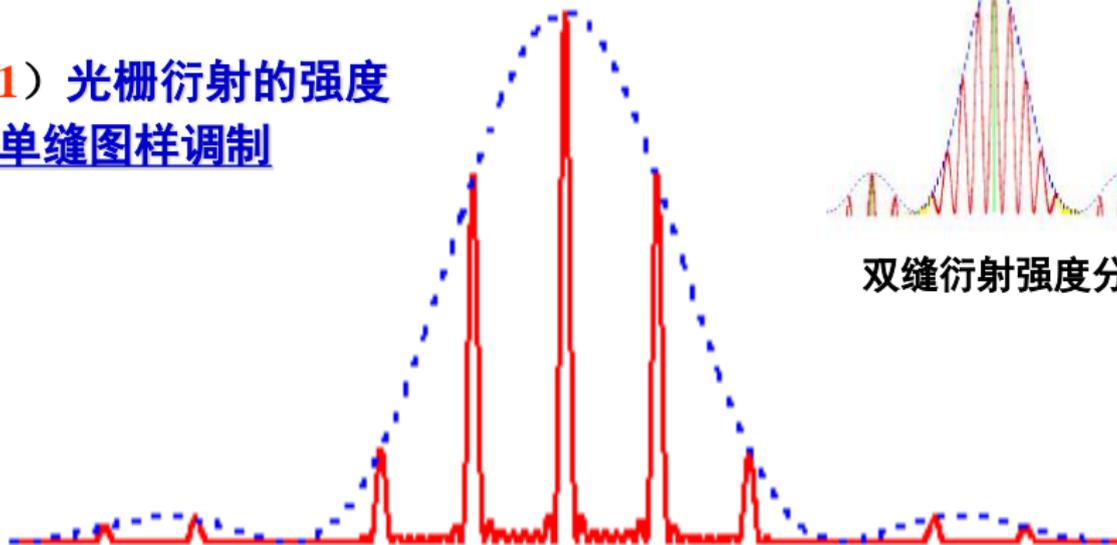


光栅衍射的特点

(1) 光栅衍射的强度
被单缝图样调制



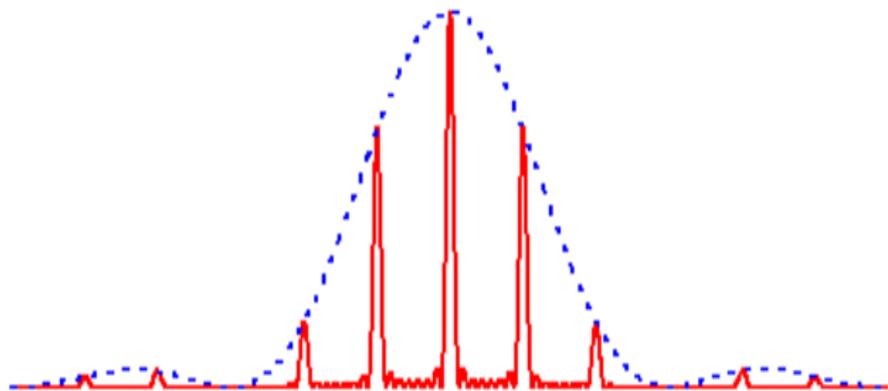
双缝衍射强度分布



光栅衍射强度分布

$$I_{\theta} = I_{0\text{单}} \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$$

(2) 主极强是明亮纤细的亮纹，相邻亮纹间是一片宽广的暗区，暗区中存在一些微弱明条纹，称次极强。



(3) 主极强是各缝出来的衍射光干涉形成的

$$\sin \beta = 0 \quad \text{and} \quad \sin(N\beta) = 0$$

$$d \sin \theta = k\lambda, (k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \max \quad \text{光栅方程}$$

主极强的数目 $|\sin \theta| < 1 \Rightarrow |k| < \frac{d}{\lambda}$

$$\sin \theta = k \frac{\lambda}{d}$$

$$\sin N\beta = 0, \sin \beta = 0 \quad |\sin N\beta / \sin \beta| = N$$

在衍射角满足该式的方向上，出现一个主极强。位置与缝数N无关，强度是单缝在该方向强度的N²倍

当 $N\beta$ 等于 π 的整数倍，而 β 不是 π 的整数倍



$$\sin N\beta = 0, \sin \beta \neq 0 \quad \sin N\beta / \sin \beta = 0$$

$$\beta = \left(k + \frac{m}{N}\right)\pi \quad 1 \leq m \leq N-1$$

缝间干涉因子的零点

$$\sin \theta = \left(k + \frac{m}{N}\right) \frac{\lambda}{d}$$

$$\beta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots; m = 1, \dots, N-1$$

每两个主极强之间有 $(N-1)$ 条暗线 (零点)

相邻暗线间有一个次极强，故共有 $(N-2)$ 个次极强

(4) 主极强特别明亮而且尖细——缝多

每个主极强的宽度是以它两侧的暗线为界，它的中心到邻近的暗线之间的角距离，为**该级的半角宽** $\Delta\theta_k$

$$\sin \theta_k = k \frac{\lambda}{d}$$

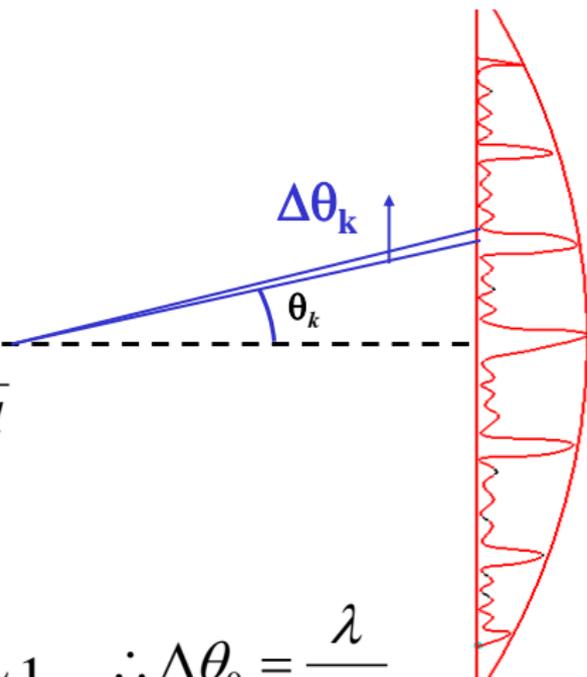
$$\sin(\theta_k + \Delta\theta_k) = (k + \frac{1}{N}) \frac{\lambda}{d}$$

$$\begin{aligned} & \sin(\theta_k + \Delta\theta_k) - \sin \theta_k \\ & \approx (\sin \theta_k)' \Delta\theta_k = \cos \theta_k \cdot \Delta\theta_k = \frac{\lambda}{Nd} \end{aligned}$$

$$\Delta\theta_k = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_k}$$

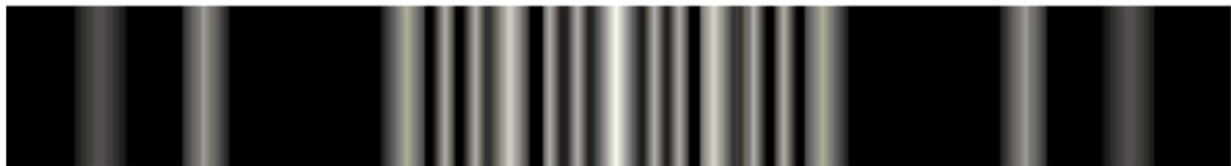
中央主极大及偏离屏中心点不远的主极强

$$\cos \theta \approx 1 \quad \therefore \Delta\theta_0 = \frac{\lambda}{Nd}$$



(5) 缺级现象:

$$\left[\frac{\sin \alpha}{\sigma} \right]^2 \left[\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right]^2$$



干涉**明纹**位置: $d \sin \theta = \pm k \lambda, k = 0, 1, 2, \dots$

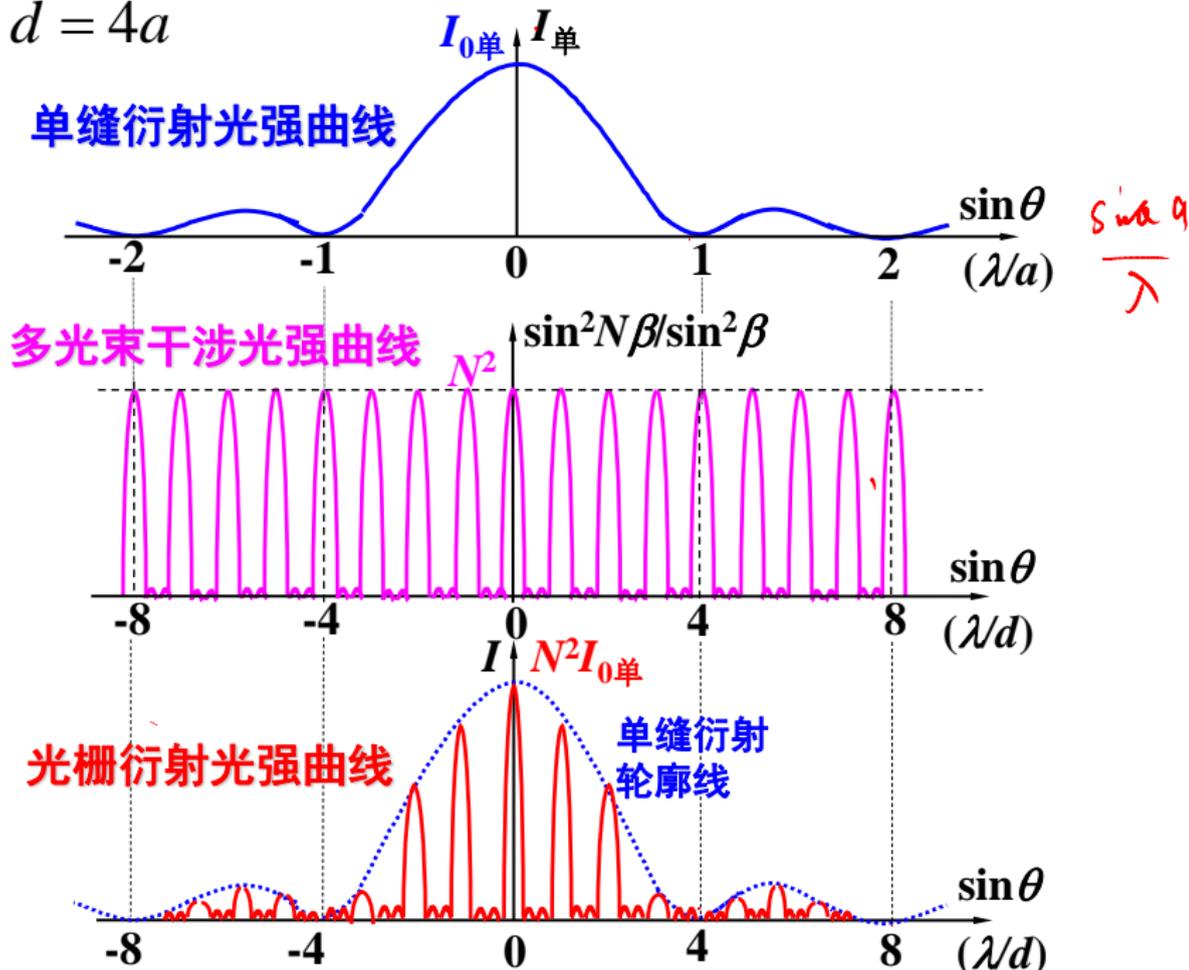
衍射**暗纹**位置: $a \sin \theta = \pm k' \lambda, k' = 1, 2, 3, \dots$

$$\frac{d}{a} = \frac{k}{k'}, k = \frac{d}{a} k'$$

此时在应该干涉加强的位置上**没有衍射光到达**,
从而出现缺级。

例如 $d = 4a$, 则缺 ± 4 级, ± 8 级...

例 $d = 4a$



单缝衍射因子的作用：

影响强度在各级主极强间的分配 \Rightarrow 缺级现象

不改变主极强的位置和半角宽度

缝间干涉因子的作用：

$$\left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2 \quad \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

主极强的位置（光栅方程） $d \sin \theta = k\lambda$

主极强的半角宽度

$$\Delta\theta_k = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_k}$$

光栅光谱仪

光谱仪性能的主要标志

一、色散本领

二、色分辨本领

光栅（衍射）光谱仪 F-P（干涉）光谱仪

一、色散本领

对于一定波长差 $\delta\lambda$ 的两谱线，在**位置上**分开的能力
(角间隔 $\delta\theta$ 或在屏上的距离 δl 有多大)

角色散本领 $D_\theta \equiv \frac{\delta\theta}{\delta\lambda}$

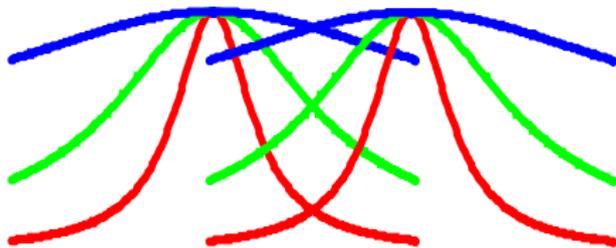
$$D_l = fD_\theta$$

线色散本领 $D_l \equiv \frac{\delta l}{\delta\lambda}$

f — (光栅、F-P) 后的透镜焦距 **多用反射 ?**

二、色分辨本领

色散本领只是反映光谱仪将两相近谱线的中心分离程度
但位置拉开并不等于可以分辨



能否分辨此两谱线还取决于每一谱线本身的宽度

光谱仪对波长 λ 附近的谱线能够分辨的最小波长差为 $\delta\lambda$ ，
波长 λ 与 $\delta\lambda$ 之比，定义为：色分辨本领

$$R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

光栅（衍射）光谱仪

1、光栅的分光原理

光栅方程

正入射 $d \sin \theta = \pm k \lambda, k = 0, 1, 2, \dots$

$$\sin \theta = \pm k \frac{\lambda}{d}, k = 0, 1, 2, \dots$$

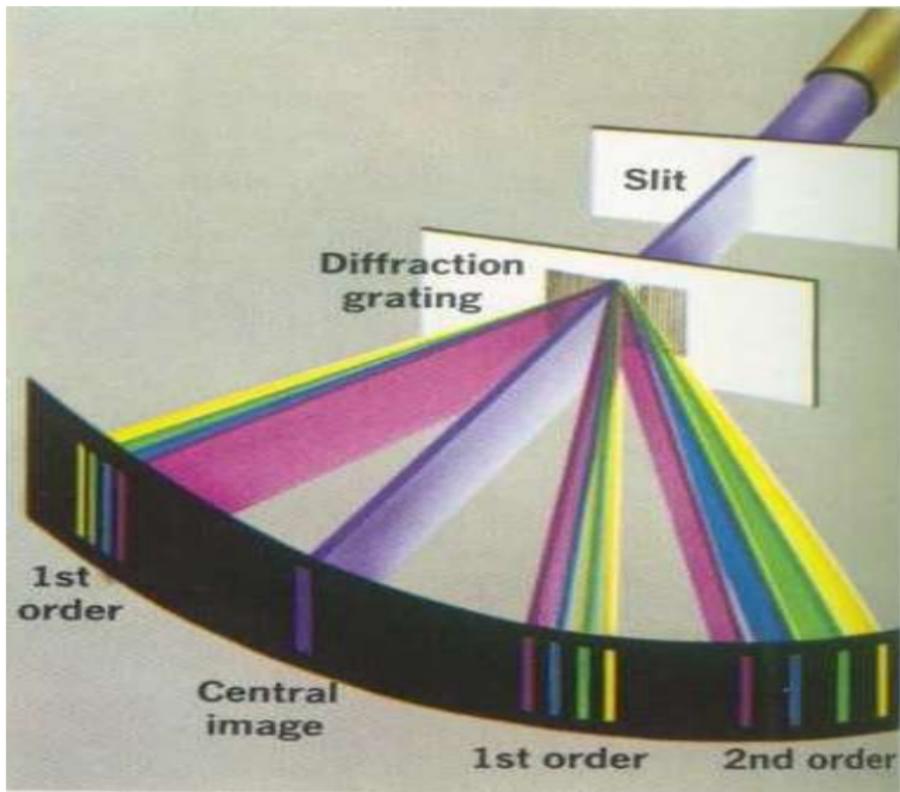
θ 表示第 k 级谱线的角位置

0级没有色散

k 一定时, $\lambda \uparrow \theta \uparrow$, 不同颜色的主极大位置不同

各种波长的同级谱线（主极强）集合起来构成光源的一套光谱

光栅光谱有许多级, 每一级是一套光谱 $\sin \theta = k \frac{\lambda}{d}, k = 0, 1, 2, \dots$



2. 光栅的色散本领

$\sin \theta_k = k \frac{\lambda}{d}$ θ_k 表示 λ 波长 k 级中心的角位置

$$k \frac{\lambda + \delta\lambda}{d} = \sin(\theta_k + \delta\theta)$$

$$\sin(\theta_k + \delta\theta) - \sin \theta_k \approx (\sin \theta_k)' \delta\theta = \cos \theta_k \cdot \delta\theta = k \frac{\delta\lambda}{d}$$

\therefore 两波长 (λ , $\lambda + \delta\lambda$) k 级两条纹中心的角间距

$$\delta\theta = k \frac{\delta\lambda}{d \cos \theta_k}$$

光栅的角色散本领

$$D_{\theta} \equiv \frac{\delta\theta}{\delta\lambda}$$



$$D_{\theta} = \frac{k}{d \cos \theta_k}$$

光栅的线色散本领

$$D_l \equiv \frac{\delta l}{\delta\lambda}$$

$$D_l = fD_{\theta}$$

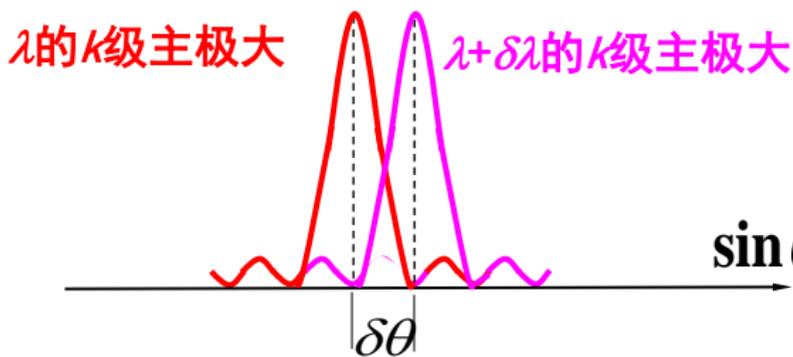


$$D_l = \frac{kf}{d \cos \theta_k}$$

$d \downarrow, k \uparrow, f \uparrow$

与光栅中衍射单元的总数**N**无关

3. 光栅的色分辨本领



$$\sin \theta = \frac{k\lambda}{d}$$

瑞利判据

能够分辨两谱线的最小角间隔 $\delta\theta$

即为某级谱线（主极大）半角宽度 $\Delta\theta_k$

$$\delta\theta = \Delta\theta_k = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_k}$$

光栅的色散本领

$$D_{\theta} = \frac{k}{d \cos \theta_k} = \frac{\delta \theta}{\delta \lambda}$$

瑞利判据

$$\delta \theta = \Delta \theta_k = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_k}$$

光栅的色分辨本领



$$\delta \lambda = \frac{\lambda}{kN}$$

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = kN$$

光栅的色分辨本领正比于衍射单元总数 **N** 和光谱的级数 **k**，与光栅常数 **d** 无关

闪耀光栅

普通光栅衍射（透射光栅）光谱仪缺点：

单缝衍射因子的零级
主极强(调制强度)

$$\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2 \quad \alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

缝间干涉因子的零级
主极强

$$\left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta}\right)^2 \quad \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

重合（方向完全一致）

$$\sin \theta = k \frac{\lambda}{d}, k = 0$$

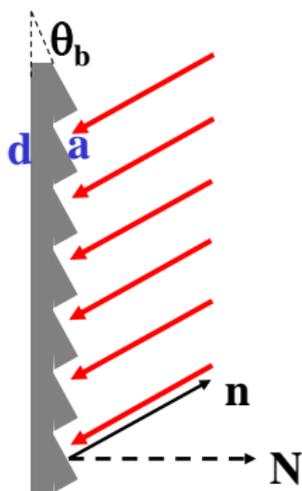
很大一部分能量集中在无色散0级主极强

将大部分光能（单缝衍射的零级（几何像））集中到所需光谱级（缝间干涉的非零级）上 → **闪耀光栅**

两种工作方式
(光入射方式) :

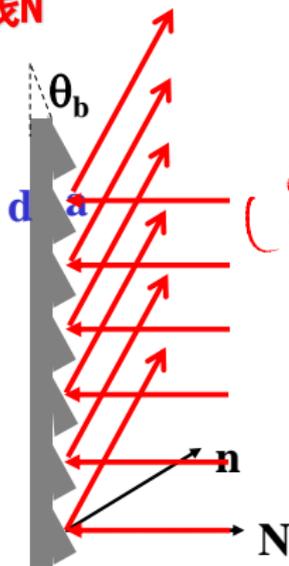
- 1、沿槽面法线 n
- 2、沿光栅平面法线 N

blazed grating



$$d \sin \theta_b + d \sin \theta = k \lambda$$

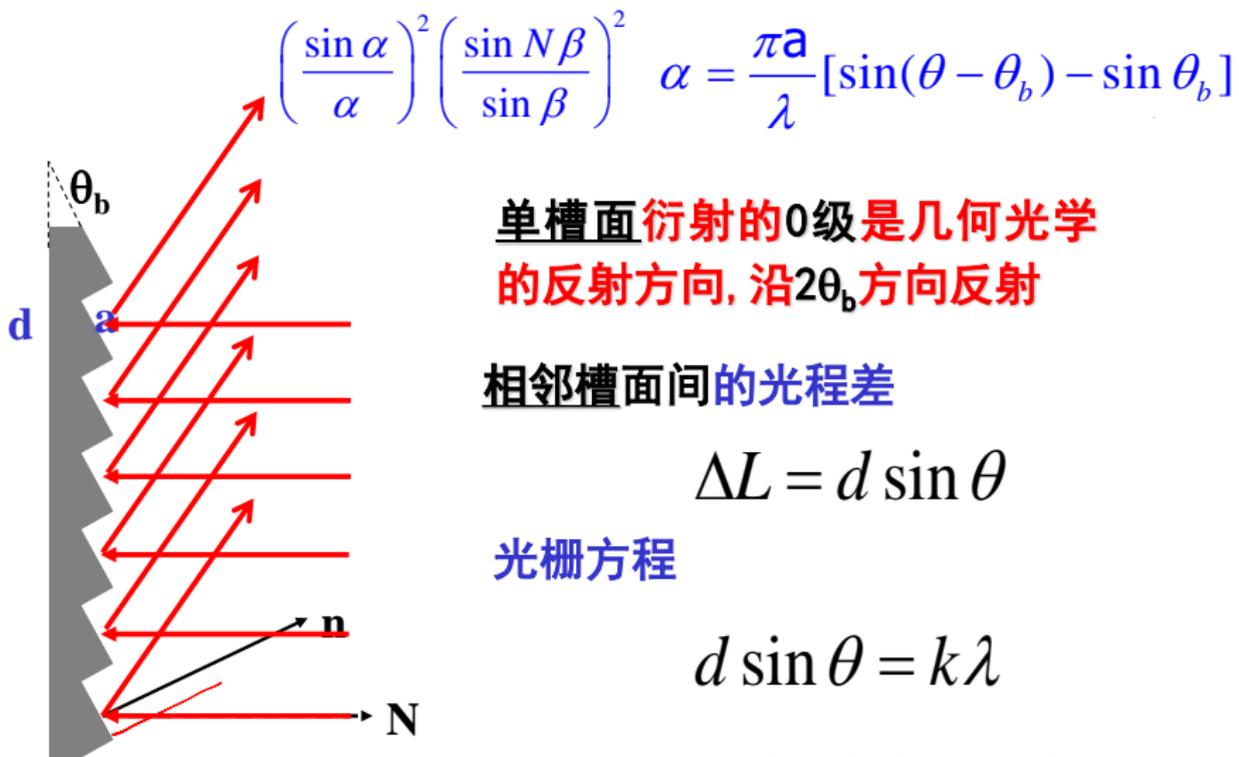
A
A
A



$$d \sin \theta = k \lambda$$

$\left(\frac{\sin \theta_b}{\sin \theta} \right)^2$

各槽面的反射率是相同的, 相位光栅



$$\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta}\right)^2 \quad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} [\sin(\theta - \theta_b) - \sin \theta_b]$$

单槽面衍射的0级是几何光学的反射方向, 沿 $2\theta_b$ 方向反射

相邻槽面间的光程差

$$\Delta L = d \sin \theta$$

光栅方程

$$d \sin \theta = k\lambda$$

满足 $d \sin 2\theta_b = k\lambda_{kb}$

其他各干涉级缺级?

3-20, 3, 21, 3, 22, 3, 25

3, 26, 3, 31, 3, 33

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} [\sin(\theta - \theta_b) - \sin \theta_b]$$

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{a \cos(\theta - \theta_b)}$$

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{d \cos \theta}$$

$$\frac{\lambda}{a \cos(\theta - \theta_b)} = \frac{\lambda}{d \cos \theta}$$

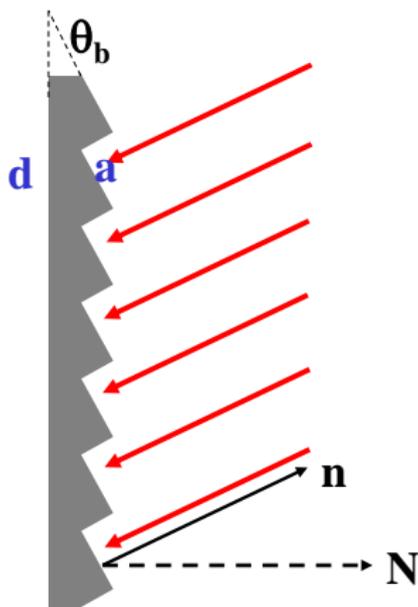
$$a \cos(\theta_b) = d \cos(2\theta_b)$$

$a \approx d$ λ_{kb} 光谱的其它级都几乎落在单槽衍射的暗线位置形成缺级
80-90%的光能分布在 λ_{kb} 光的k级谱线上

$$d \sin 2\theta_b = k \lambda_{kb}$$

可通过闪耀角的设计 θ_b ，使光栅适用于**某一波长段**
的**某级光谱**上

沿槽面法线n



$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\lambda} \sin(\theta - \theta_b)$$

单槽面衍射的0级是几何光学的反射方向, 沿原方向返回

槽面间干涉决定色散主极强:

相邻槽面间的光程差

$$\Delta L = d(\sin \theta + \sin \theta_b) = k\lambda$$

满足

$$2d \sin \theta_b = k\lambda_{kb}$$

光栅单槽面衍射0级主极强正好落在 λ_{kb} 光波的K级谱线上

X 射线衍射
(布拉格衍射)
三维光栅

一. X射线的发现

0.06-20 Å

1895年德国人伦琴 (1845-1923)

发现了**高速电子撞击固体**可产生一种能使胶片感光、空气电离、荧光物质发光、穿透力强…的**中性射线**，称为**X射线**



“著名、美丽的手骨结构”

1901年伦琴获首届诺贝尔物理奖

X射线管

充气X射线管—1895年 伦琴发现X射线时，使用的就是英国科学家威廉·克鲁克斯发明的阴极射线管。

真空X射线管—1912-1913年，美国科学家威廉·考林杰发明的。避免了含气管的不稳定性。阴极为直热式螺旋钨丝，阳极为铜块端面镶嵌的金属靶，管内真空度不低于 10^{-4} 帕。阴极发射出的电子经数万至数十万伏高压加速后撞击靶面产生X射线





放出的X射线分为两类:

(1) 被靶阻挡的电子的能量若不越过一定限度时, 只发射连续光谱。连续光谱的性质和靶材料无关。

(2) 不连续的、只有几条特殊的线状光谱(特征辐射)。特征光谱和靶材料有关, 不同的材料有不同的特征光谱

X射线和晶体

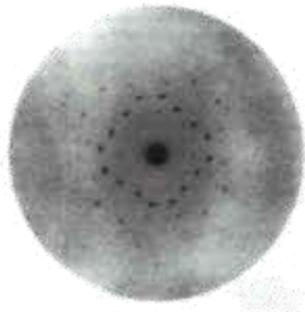
- ① 1895年伦琴发现X射线后，认为是一种波（短波长的电磁波 $10^{-2} \sim 10\text{\AA}$ ），但无法证明。
- ② 当时晶体学家对晶体构造（内部原子的排列具有周期性，晶格常数 $\sim\text{\AA}$ ）也没有得到证明。



德国物理学家劳厄（Max von Laue, 1879-1960）想到：人工做不出这样的光栅，自然界“制造”的晶体应能使X射线衍射。

1912年，把一束X光射向硫化锌晶体，获得了圆形排列的亮点和暗点--衍射图（劳厄相）。

☞ “NATURE”把这一发现称为“我们时代最伟大、意义最深远的发现”



劳厄的X射线衍射有两个重大意义：

- 证明了X射线是一种波，对X射线的认识迈出了关键的一步，并可制作仪器对不同的波长加以分辨，确定它们的波长；
- 第一次对晶体的空间点阵假说作出了实验验证，使晶体物理学发生了质的飞跃。在该领域结出了更为丰硕的成果

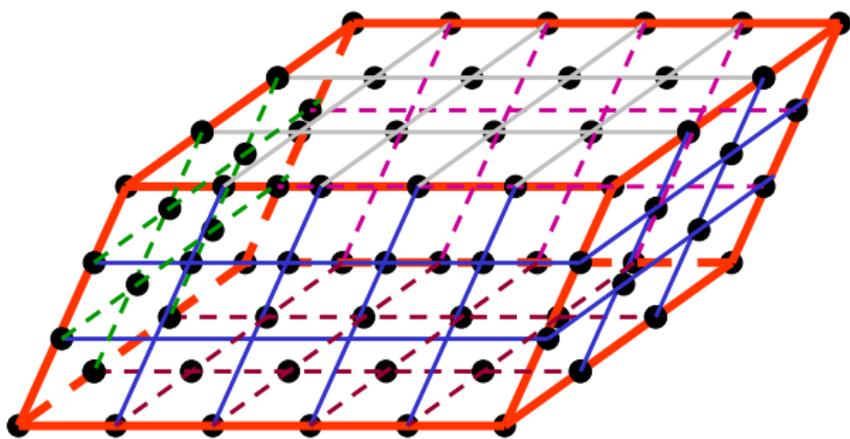
诞生了X射线晶体衍射学

1914年，劳厄获诺贝尔物理学奖



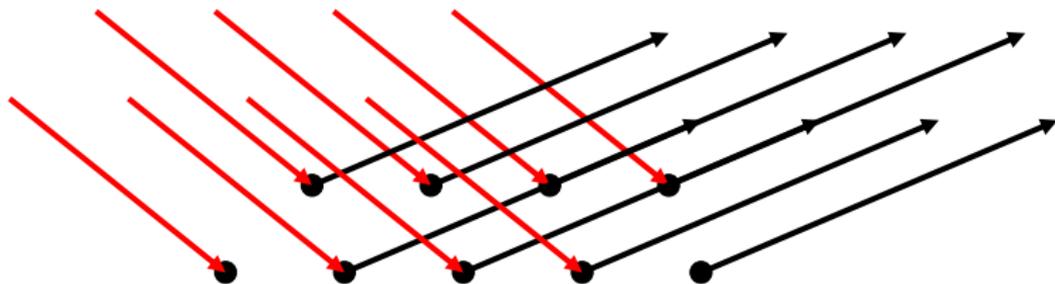
- 晶体的每一个结构单元，即原子、分子、或离子基团，可以用一个点表示
- 格点构成晶格点阵
- 点阵具有规则的空间结构
- 这种空间结构可以用空间周期性表示

\vec{a} \vec{b} \vec{c}



二. X射线在晶体上的衍射

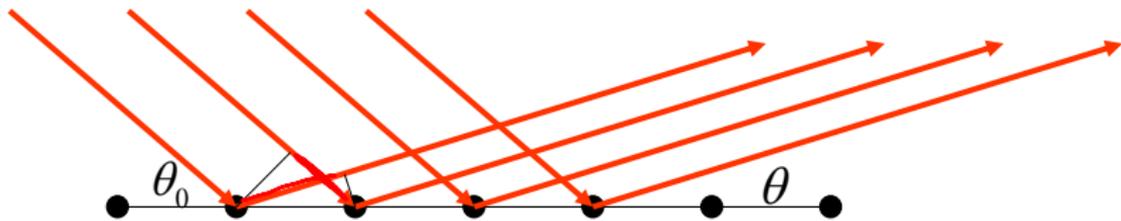
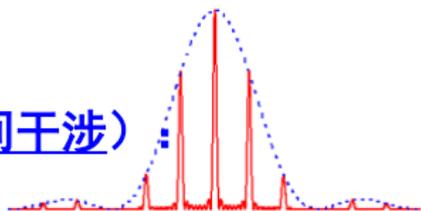
- 入射的X射线可以被其中的每一个格点散射。各个散射波进行相干叠加。干涉的结果使某些特定方向具有最大的强度。衍射极大值的方向就是X射线出射的方向。在感光片上形成相应的劳厄斑。



衍射中心： 每个格点上的原子或离子都是散射子（次）波的波源。

二. X射线在晶体上的衍射

同一层晶面上点间散射光的干涉（点间干涉）：



$$\delta L = a \cos \theta - a \cos \theta_0 = k \lambda$$

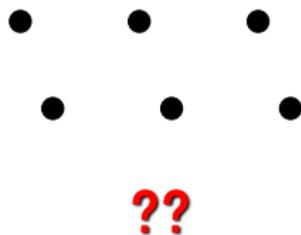
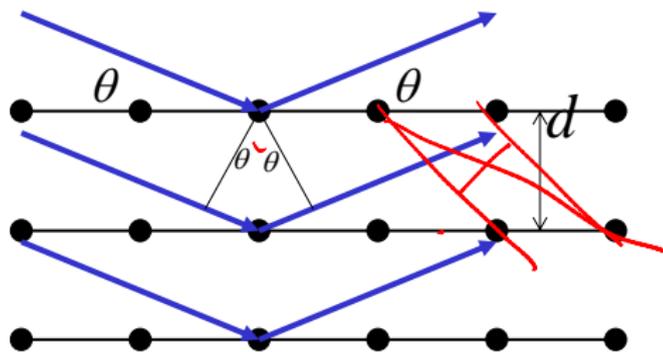
衍射光的能量大部分集中于衍射的零级

0级主极大方向，就是以晶面为镜面的反射光方向

二维点阵

面间反射光的干涉（面间干涉）：

只考虑在反射方向上的0级主极大的干涉



$$\Delta L = 2d \cdot \sin \theta$$

面间反射光干涉加强条件：

布喇格公式

$$\underline{2d \sin \theta = k\lambda} \quad (k = 1, 2, 3 \dots \text{正整数})$$

▲ X 射线衍射有一系列的布喇格条件

晶体内有许多晶面族，对第*i*个晶面族有

$$2d_i \cdot \sin \theta_i = k_i \lambda, \quad i = 1, 2, 3 \dots$$

▲ 在入射方向、晶体取向和 λ 都确定时，不一定能满足布喇格公式

鉴于晶体（三维）衍射出现主极强的条件要求苛刻，要获得一张 X 射线的衍射图就不能同时限定入射方向、晶体取向和波长

三. 实际观察X射线衍射的方法

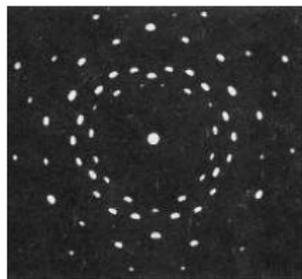
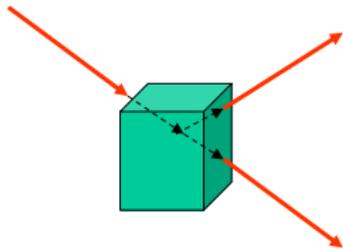
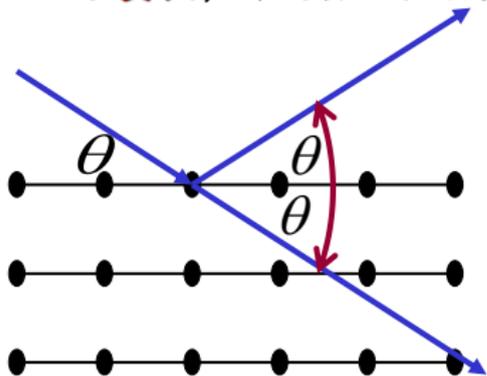
要想获得X射线晶体衍射图样，必须放宽对X射线波长的限制
或放宽对X射线晶体取向的限制

1. 劳厄法：

多色连续谱X射线 → 单晶体 → 衍射图样 **劳厄相**

入射的X射线提供了较宽的波段，让各晶面去挑选自己**中意**
的**波长**，以满足布喇格条件

$$2d \sin \theta = k\lambda$$



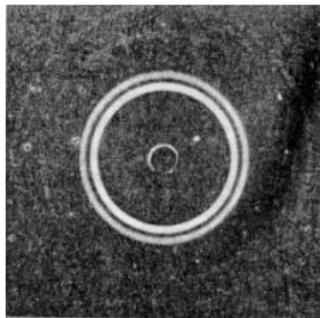
SiO₂的劳厄斑

2、粉末法：

单色X射线 → 多晶粉末 → 衍射图样 **德拜相**

每个粉末是一个小晶粒，大量、无序取向的小晶粒的团聚，对任一晶面族均提供了一个很宽的角度范围，让入射波长 λ 去挑选自己**中意**的**角度**，以满足布喇格条件

$$2d \sin \theta = k\lambda$$



粉末铝的德拜相

德拜（Debye, 1884-1966），美籍荷兰物理学家、化学家。因利用偶极矩、X射线和电子衍射法测定分子结构的成就而获**1936年诺贝尔化学奖**



四 应用

▲ 已知 θ 、 λ 可测 d — X射线晶体结构分析。

布喇格父子 (W. H. Bragg, W. L. Bragg)

由于利用X射线分析晶体结构的杰出工作

共同获得了1915年的诺贝尔物理学奖



▲ 已知 θ 、 d 可测 λ — X射线光谱分析。

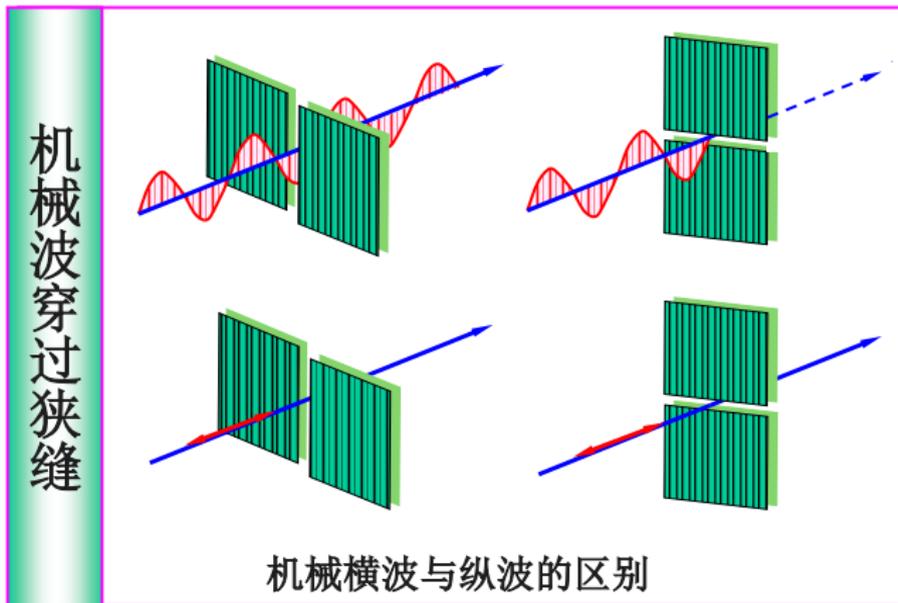
光的偏振特性

光的波动性



光的干涉、衍射

横波 纵波

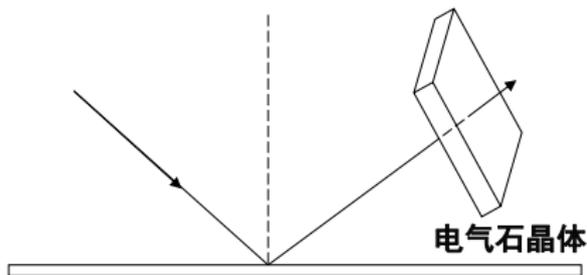


如何判断
??

1809年 马吕斯



光波是横波



偏振态：光矢量在垂直于传播方向的平面内的振动状态

光的偏振态分类：

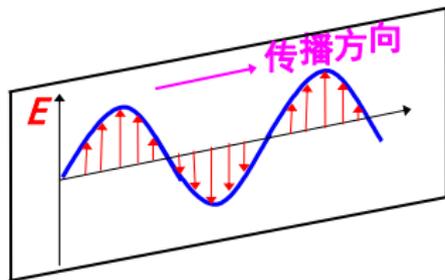
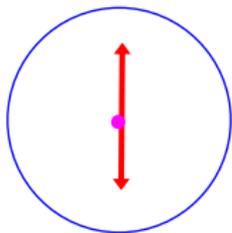
完全偏振——线偏振、圆偏振、椭圆偏振

非偏振光即自然光

部分偏振光

1. 线偏振光（光矢量E的振动方位保持不变的光）

若固定某一位置Z考察光矢量的时间变化，则其末端在XY平面上扫描出一个确定的线段；若固定某一时刻t考察光矢量的空间变化，则各处的光矢量位于一个确定的平面（振动面）



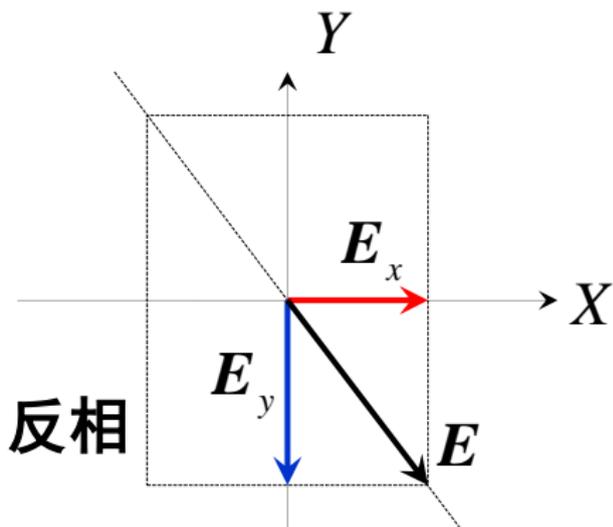
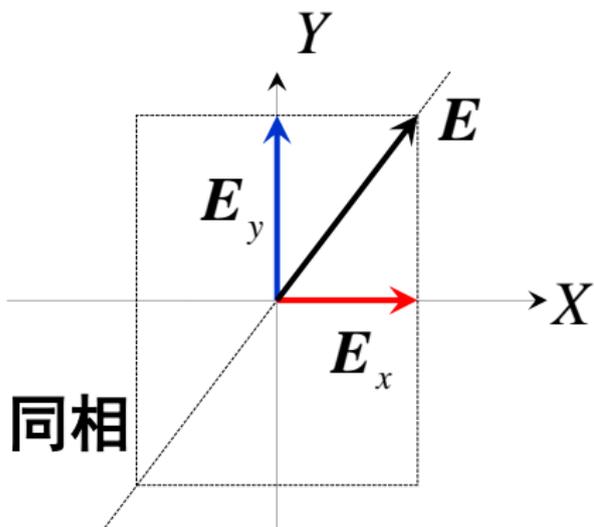
线偏振光的表示法：



光振动垂直纸面



光振动平行纸面



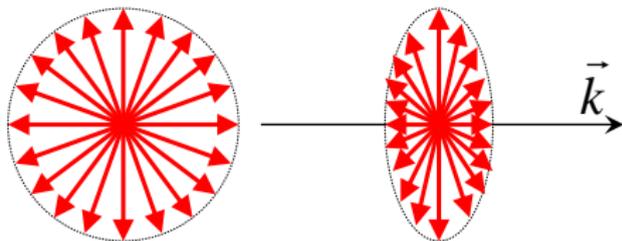
$$\begin{cases} E_x(z,t) = E_{x0} \cos(\omega t - kz) \\ E_y(z,t) = E_{y0} \cos(\omega t - kz) \end{cases} \quad \begin{cases} E_x(z,t) = E_{x0} \cos(\omega t - kz) \\ E_y(z,t) = E_{y0} \cos(\omega t - kz + \pi) \end{cases}$$

2. 非偏振光（自然光）

辐射单元（原子）：相互独立、彼此无关、各次随机、但机会均等

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0(t) \cos[\omega t - kz - \varphi(t)]$$

极短时间内 $\vec{E}_0(t), \varphi(t)$ 固定 较长时间内 $\vec{E}_0(t), \varphi(t)$ 随机

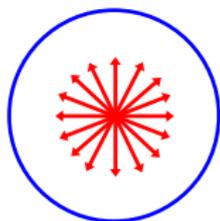


不涉及到强度关联的时候，可以用等效振幅代替

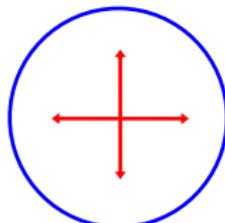
各个取向概率相等。

自然光可分解为两束振动方向相互垂直的、**等幅的**、**位相无关（不相干）**的线偏振光。

$$\vec{E}_x(z, t) = \vec{E}_{x0} \cos(\omega t - kz - \varphi_x(t)) \quad \vec{E}_y(z, t) = \vec{E}_{y0} \cos(\omega t - kz - \varphi_y(t))$$

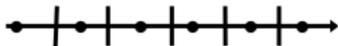


没有优势方向



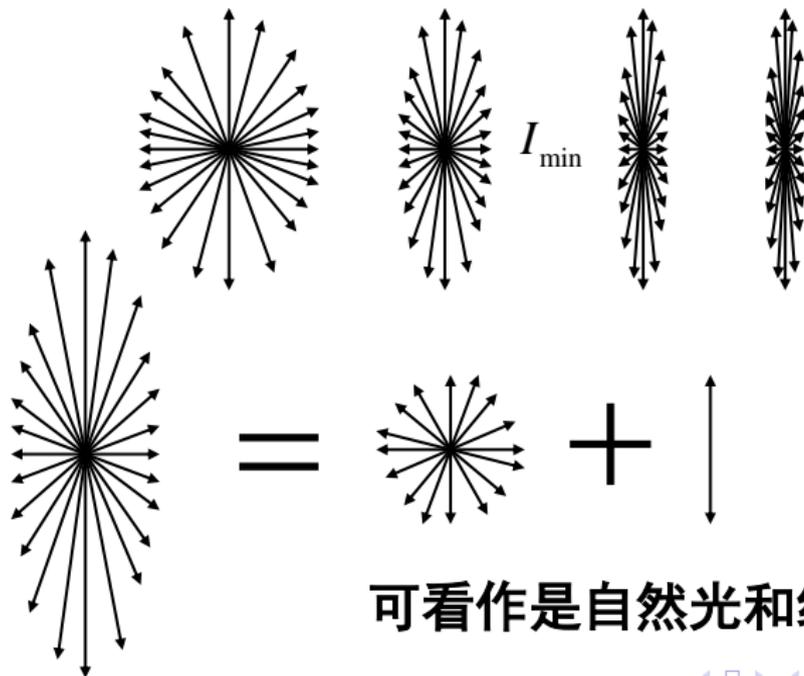
自然光的分解

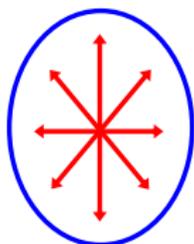
自然光的表示法：



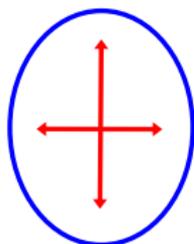
3. 部分偏振光 -----介于自然光和线偏振光之间

◆**部分偏振光**：振动方向随机地迅速变化，某一方向的光振动比与之垂直方向上的光振动占优势。





部分偏振光



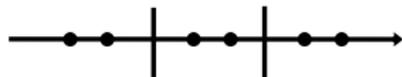
部分偏振光的分解

部分偏振光可分解为两束振动方向相互垂直的、不等幅的、**位相无关（不相干）**的线偏振光。

部分偏振光的表示法：



平行纸面的光振动较强



垂直纸面的光振动较强

偏振度

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

$P = 1 \rightarrow$ 线偏振光

$0 < P < 1 \rightarrow$ 部分偏振光

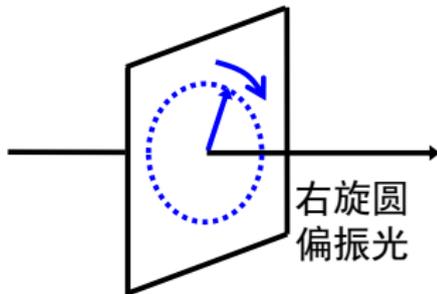
$P = 0 \rightarrow$ 自然光

4. 圆偏振光

在任一位置 z ，光矢量 E 的末端随时间变化在XY平面上扫描出一个圆

光矢量 E 在XY平面内以角速度 ω （波的圆频率）匀速旋转

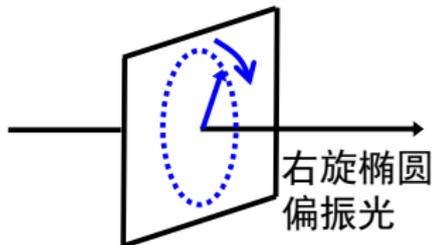
迎着光束的传播方向观察，根据 E 的旋向分为：左旋圆偏振光（光矢量 E 按逆时针方向旋转）和右旋圆偏振光（光矢量 E 按顺时针方向旋转）



5. 椭圆偏振光

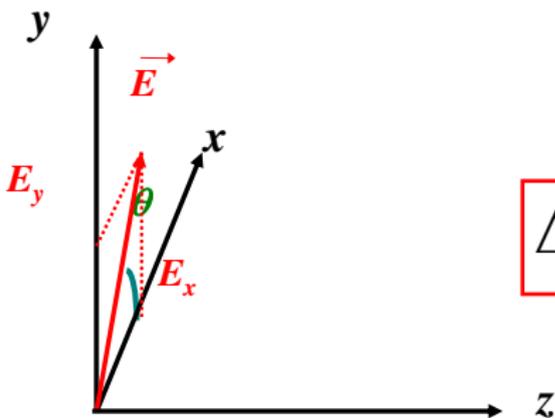
在任一位置光矢量 E 的末端随时间变化在XY平面上扫描出一个椭圆

左旋椭圆偏振光和右旋椭圆偏振光



偏振光的合成及特征

假定有两列波：同频率、振动方向相互垂直、位相差固定、同向传播



$$\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$$

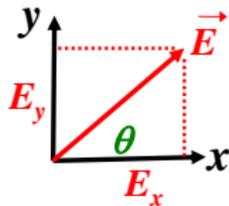
则X, Y方向的光矢量波函数

$$\vec{E}_x(z, t) = \vec{E}_{x0} \cos(\omega t - kz)$$

$$\vec{E}_y(z, t) = \vec{E}_{y0} \cos(\omega t - kz - \Delta\varphi)$$

波场中任意位置和时刻的波函数（合振动）

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t)$$



合成光矢量 \vec{E} 仍在XY平面内，仍保持其横波性。

θ 表示 \vec{E} 与X轴正向所成的角

$$\tan \theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{y0} \cos(\omega t - kz - \Delta\varphi)}{E_{x0} \cos(\omega t - kz)}$$

θ 的大小，即E在XY平面内的指向，将随位置Z和时间t而变化

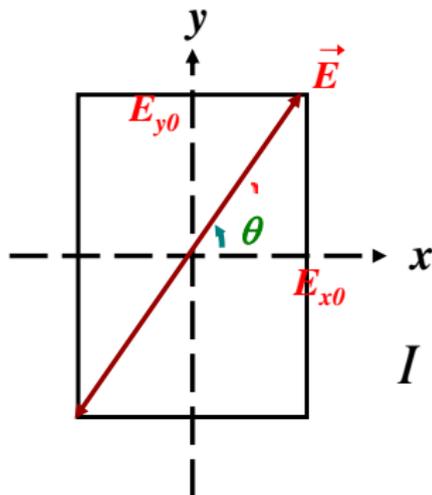
一、光矢量E的时间变化（Z为定值，可取Z=0）

$$\Delta\varphi \Leftrightarrow \Delta\varphi + 2m\pi \quad (m = \pm 1, \pm 2, \dots)$$
$$\Delta\varphi \subset [-\pi, \pi]$$

1、 $\Delta\varphi=0$

$$\tan \theta = \frac{E_{y0} \cos(\omega t - \Delta\varphi)}{E_{x0} \cos(\omega t)} = \frac{E_{y0}}{E_{x0}}$$

$\tan\theta$ 为一正常数，E位于一、三象限中一个确定的线段内



$$E = \sqrt{E_{x0}^2 + E_{y0}^2}$$

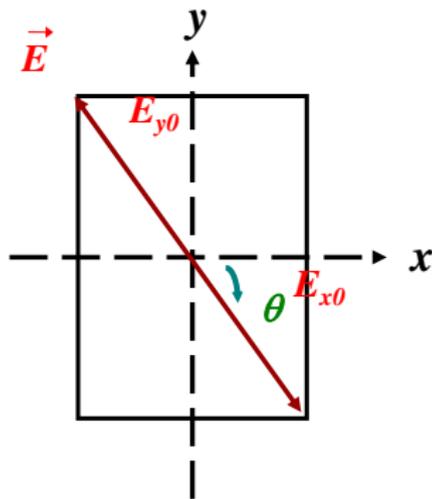
$$I = E_{x0}^2 + E_{y0}^2 = I_x + I_y$$

图示：振动面与XY平面的交线。线偏振光

2、 $\Delta\varphi = \pm\pi$

$$\tan \theta = -\frac{E_{y0}}{E_{x0}}$$

E位于二、四象限中一个确定的线段内



$$E = \sqrt{E_{x0}^2 + E_{y0}^2}$$

$$I = E_{x0}^2 + E_{y0}^2 = I_x + I_y$$

3、 $\Delta\varphi=-\pi/2$

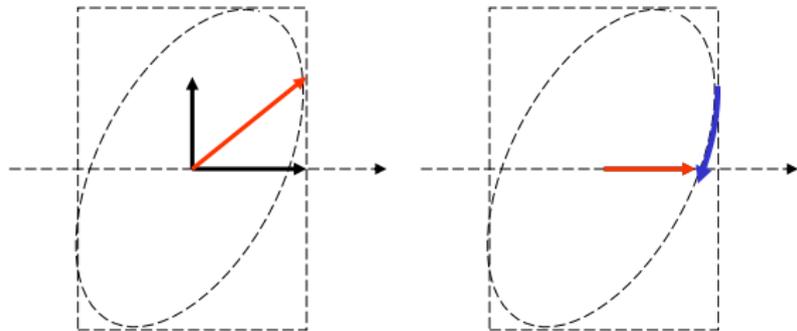
$$\tan \theta = \frac{E_{y0} \cos(\omega t - \Delta\varphi)}{E_{x0} \cos(\omega t)} = -\frac{E_{y0}}{E_{x0}} \tan(\omega t)$$

θ 是 t 的函数，合矢量E的空间指向将随时间变化发生旋转，分析其旋转方向

$$\tan \theta = \ominus \frac{E_{y0}}{E_{x0}} \tan(\omega t)$$

t 增 \uparrow θ 减 \downarrow

当迎着光的传播方向观察时，将会“看到”光矢量E沿顺时针方向转动（右旋）



$\Delta\varphi = -\pi/2$, 代入:

$$\vec{E}_x(z, t) = \vec{E}_{x0} \cos(\omega t - kz)$$

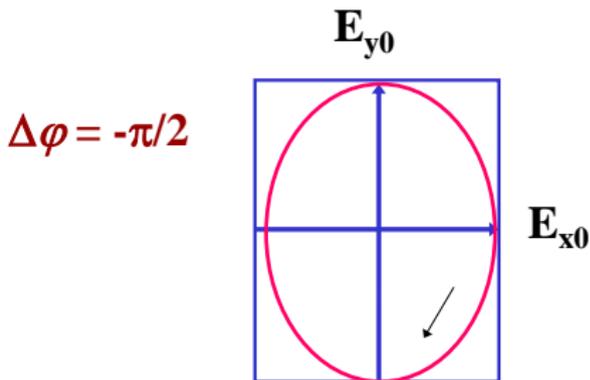
$$\vec{E}_y(z, t) = \vec{E}_{y0} \cos(\omega t - kz - \Delta\varphi)$$

$$\left(\frac{E_x}{E_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y0}}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

E的末端随时间变化在XY平面上扫描的轨迹，是一个正椭圆。

两半轴分别位于X轴和Y轴，两半轴长分别为 E_{x0} ， E_{y0}



右旋椭圆偏振光

4、 $\Delta\varphi = \pi/2$

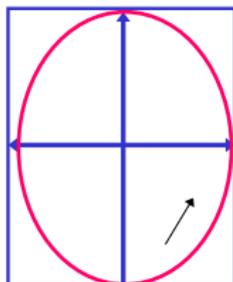
$$\tan \theta = \frac{E_{y0} \cos(\omega t - \Delta\varphi)}{E_{x0} \cos(\omega t)} = \frac{E_{y0}}{E_{x0}} \tan(\omega t)$$

$$\tan \theta = \frac{E_{y0}}{E_{x0}} \tan(\omega t) \quad t \uparrow \quad \theta \uparrow$$

当迎着光的传播方向观察时，将会“看到”光矢量E沿逆时针方向转动（左旋）

$$\Delta\varphi = \pi/2$$

E的末端随时间变化在XY平面上扫描的轨迹，亦是一个正椭圆。
(左旋椭圆偏振光)



5、 $\Delta\varphi$ 为任意值（一般情况）

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} - 2\frac{E_x}{E_{x0}}\frac{E_y}{E_{y0}}\cos(\Delta\varphi) = \sin^2(\Delta\varphi)$$

- 1、在 $2E_{x0}$ (x向)、 $2E_{y0}$ (y向) 范围内的一个“斜椭圆”（两半轴的方位不与X, Y轴重合）
- 2、椭圆的性质（方位、左右旋）在 E_{x0} 、 E_{y0} 确定之后，主要决定于 $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$

椭圆的旋向和方位:

$$E_x(z, t) = E_{x0} \cos(\omega t - kz) = E_{x0} \cos(\omega t)$$

$$E_y(z, t) = E_{y0} \cos(\omega t - kz + \Delta\varphi) = E_{y0} \cos(\omega t - \Delta\varphi)$$

例: $\Delta\varphi \in IV$ (第四象限)

取两时间点: $t=0$, $t=T/4$; ($\omega=2\pi/T$)

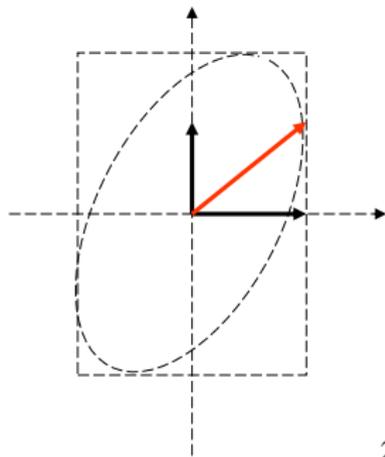
* $t=0$: $E_x = E_{x0} \cos \omega t = E_{x0}$

表明E的末端处在椭圆轨迹与 $E_x=E_{x0}$ 的直线相切的切点

$$E_y = E_{y0} \cos(\omega t + \Delta\varphi) = E_{y0} \cos \Delta\varphi > 0$$

表明切点在X轴的上方

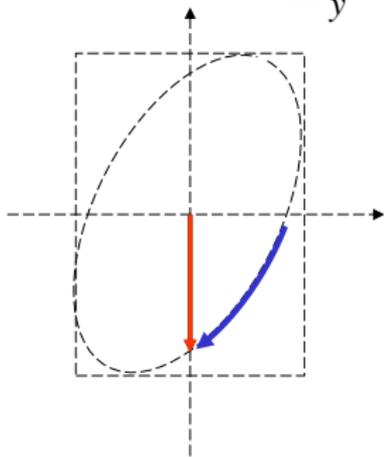
长轴朝第一、三象限倾斜



*** $t=T/4$ $\omega t=\pi/2$**

$$E_x = E_{x0} \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$E_y = E_{y0} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \Delta\varphi\right) < 0$$



右旋

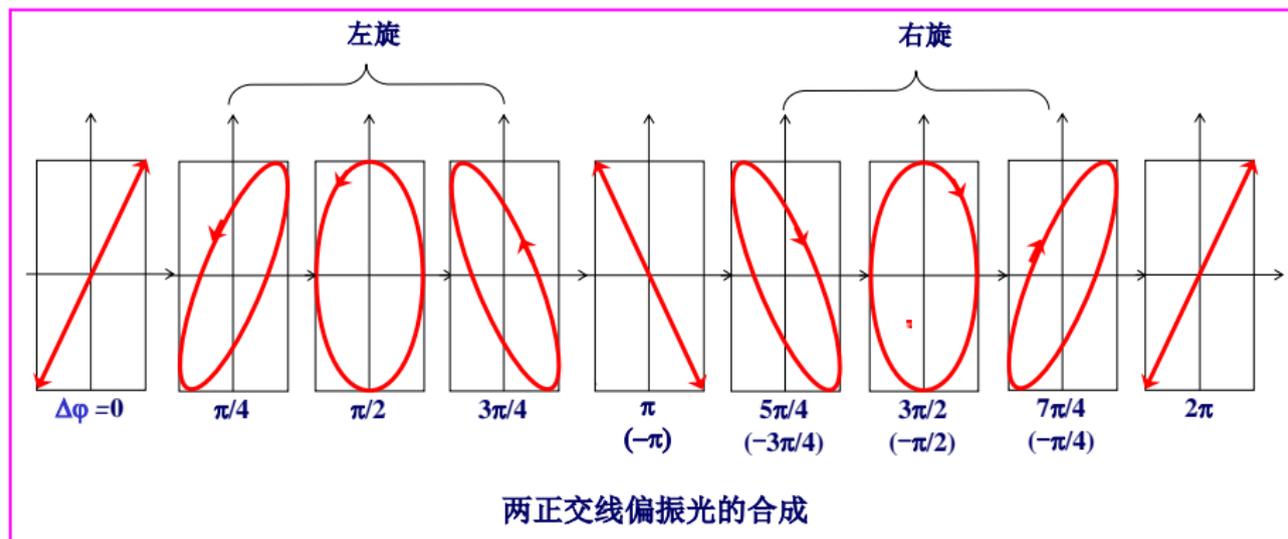
$\Delta\varphi$ 的不同取值决定了光的偏振状态

$0 < \Delta\varphi < \pi/2$, 左旋椭圆, 且向1~3象限倾斜;

$\pi/2 < \Delta\varphi < \pi$, 左旋椭圆, 且向2~4象限倾斜;

$-\pi < \Delta\varphi < -\pi/2$ ($\pi < \Delta\varphi < 3\pi/2$), 右旋椭圆, 且向2~4象限倾斜;

$-\pi/2 < \Delta\varphi < 0$ (或 $3\pi/2 < \Delta\varphi < 2\pi$), 右旋椭圆, 且向1~3象限倾斜。



$$\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}; E_{x0} = E_{y0} = A \quad \text{椭圆偏振光} \Rightarrow \text{圆偏振光}$$

说明:

1. 圆偏振光可以看作是振幅相等、振动方向正交、相位相差 $\pm\pi/2$ 的两个同频率线偏振光的合成。
2. 椭圆偏振光可以看作是振动方向正交、相位差恒定的两个同频率线偏振光的合成。
3. 线偏振光和圆偏振光只是椭圆偏振光的两种特殊形式。若两个正交振动的振幅相等，相位差等于 $\pi/2$ 的奇数倍，则椭圆偏振光变为圆偏振光；若两个正交振动的相位差等于 π 的整数倍，则椭圆偏振光变为线偏振光。
4. 对于两个垂直振动的合成，不论相位差 $\Delta\varphi$ 为何值， $E_x \perp E_y$ ，总有 $I = I_x + I_y$ ，即合振动的强度简单地等于两个垂直分振动的强度之和。这对线偏振光、圆偏振光、椭圆偏振光都是适用的

二、光矢量E的空间变化

在给定时刻t（可取t=0）光矢量E在不同位置Z的取向变化

$$\tan \theta = \frac{E_{y0} \cos(\omega t - kz - \Delta\varphi)}{E_{x0} \cos(\omega t - kz)} = \frac{E_{y0} \cos(-kz - \Delta\varphi)}{E_{x0} \cos(-kz)}$$

$\Delta\varphi=0, \pm\pi$ （线偏光），不同位置的振动会组成一个平面，其他情况 θ 将随位置Z的变化而变化

右旋圆偏振光

$$E_{x0} = E_{y0}, \Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

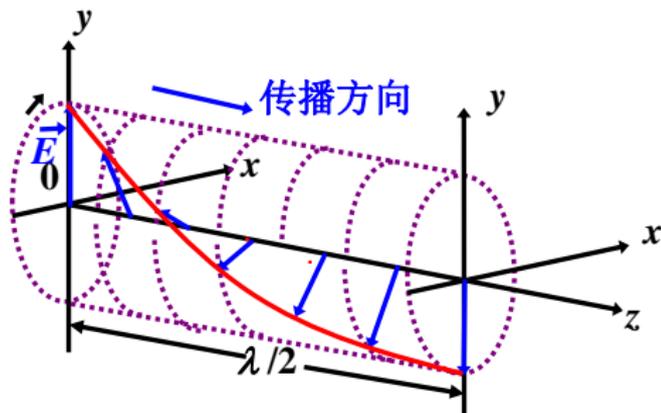
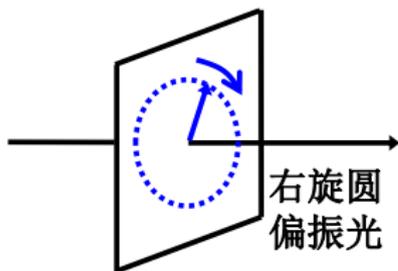
$$\tan \theta = \tan kz \quad \theta = kz$$

当Z值从零增大时， θ 值将线性增大；

故E矢量将沿着光的传播方向作逆时针行进

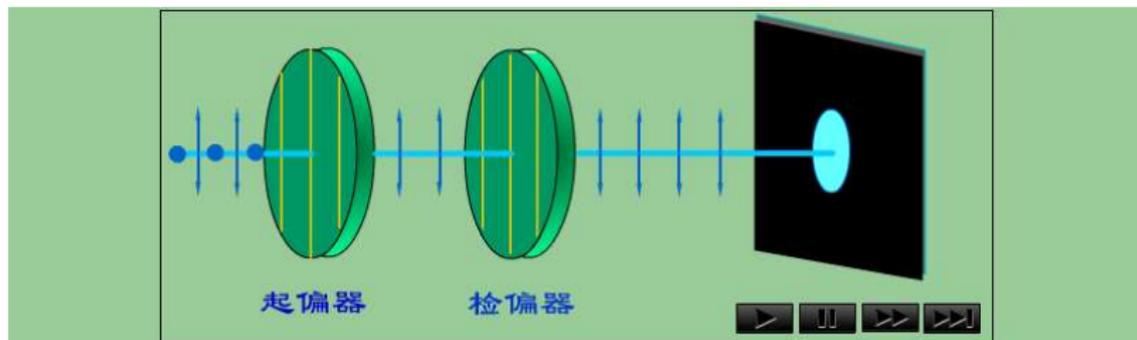
由于 E 的长度不变，其在以 XY 平面上半径为 E 的圆为底，以 Z 轴为轴线的正圆柱的侧面上绘出一条螺旋线

该螺旋是右手螺旋，即用右手握圆柱，四指沿螺线的转动方向，拇指即指向螺旋的进动方向



某时刻右旋圆偏振光 E 随 z 的变化

偏振片的起偏和检偏，马吕斯定律

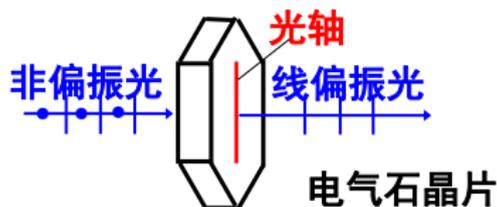


- 偏振片

二向色性产生线偏振光

基于某些晶体的**二向色性**，即对不同方向的电磁振动具有不同吸收的性质

电气石，硫酸碘奎宁晶体（塞璐璐基片）



1毫米厚的电气石晶片

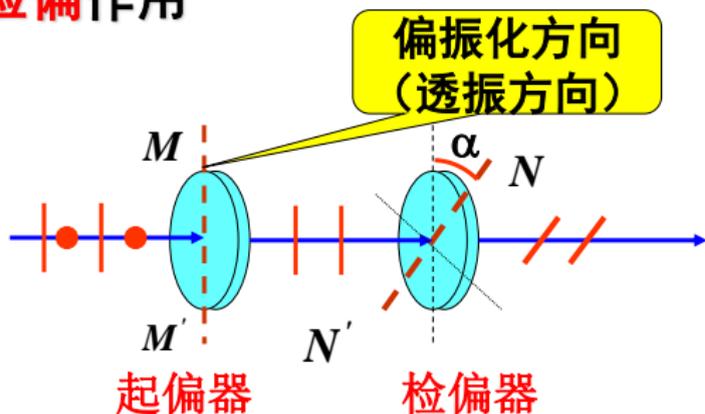
人造偏振片

聚乙烯醇膜在碘溶液中浸泡，在较高温度下拉伸3-4倍，再烘干制成，聚合物分子长链， $\perp \rightarrow P$

质量好的，可通过入射光中一个偏振光的80%，而通过另一个偏振光小于1%。

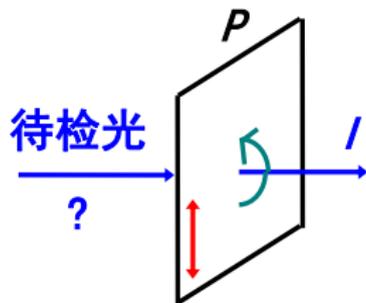
不像自然晶体受大小的限制，直径可以做到大至数十厘米的尺寸。而且产品成本低廉，可大量生产。所以在很多实际应用中，如观看立体电影的偏光眼镜，较简单的偏光显微镜的上下偏光镜，摄影用的消反光的附加镜头，都用这种薄膜偏振片。

偏振片的起偏与检偏作用



检偏

用偏振器件分析、检验光的偏振态

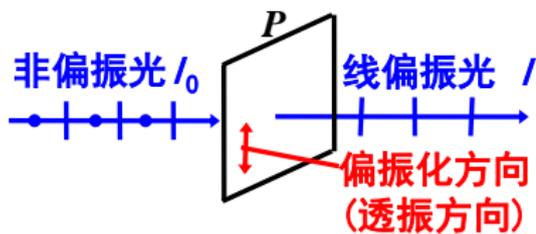


- I 不变 \rightarrow ? 是什么光
- I 变, 有消光 \rightarrow ? 是什么光
- I 变, 无消光 \rightarrow ? 是什么光

偏振片对不同偏振态的光强响应

各种偏振结构的光通过理想偏振片时的光强变化

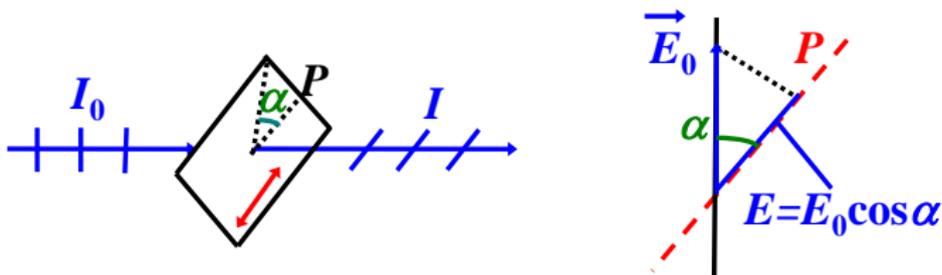
1、自然光



$$I_0 = E_p^2 + E_{p\perp}^2 = 2E_p^2 = 2I$$

当偏振片旋转时，透过光强是不变的 $I = \frac{1}{2} I_0$

2、线偏振光



马吕斯定律：透过检偏器的线偏振光的强度正比于光的偏振方向与检偏器的起偏方向间夹角的余弦平方

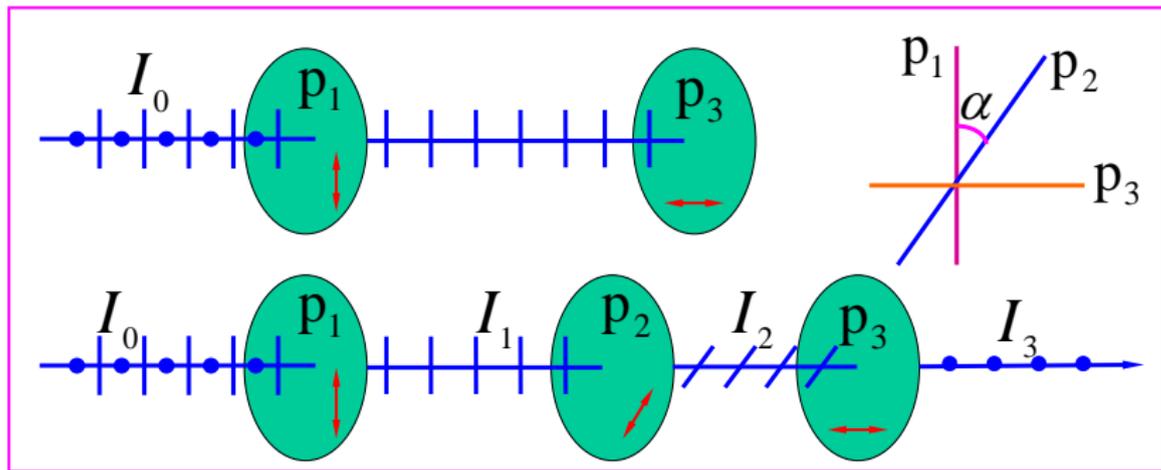
$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

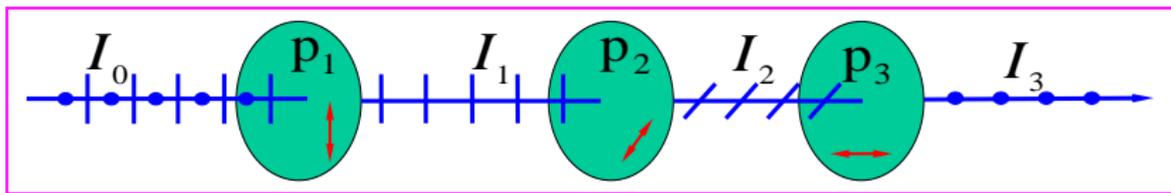
$$\alpha = 0, \pi, I = I_{\max} = I_0 \quad \alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, I_{\min} = 0$$

讨论

在两块正交偏振片 P_1, P_3 之间插入另一块偏振片 P_2 , 光强为 I_0 的自然光垂直入射于偏振片 P_1 , 讨论转动 P_2 时透过 P_3 的光强 I 与转角 α 的关系。

若 α 在 $0 \sim 2\pi$ 间变化, I 如何变化(消光位置)?





The diagram shows three axes: p1 (vertical), p2 (at angle alpha to p1), and p3 (horizontal). The angle between p1 and p2 is alpha, and the angle between p2 and p3 is pi/2 - alpha.

$$I_2 = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha \quad I_3 = I_2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$I_3 = I_2 \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$$

$$I_3 = \frac{1}{8} I_0 \sin^2 2\alpha$$

若 α 在 $0 \sim 2\pi$ 间变化, I_3 如何变化?

$$\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \quad I_3 = 0 \quad \alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \quad I_3 = \frac{I_0}{8}$$

3、圆偏振光

两个相互垂直、振幅相等、相位差 $\pm\pi/2$ 的线偏振光的合成

$$I_0 = E_p^2 + E_{p\perp}^2 = 2E_p^2$$

通过P后的光强为 $I = \frac{1}{2}I_0$

与自然光的光强透过率相同

单一P，无法判别自然光和圆偏振光

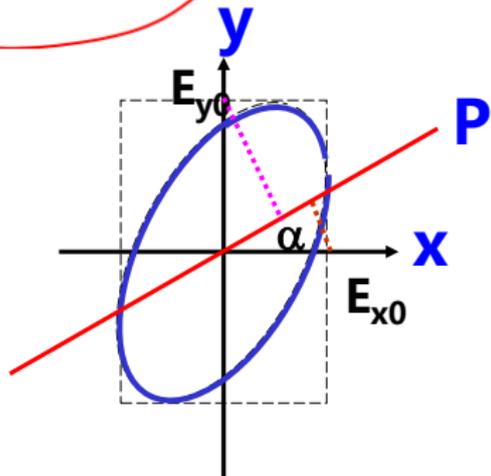
4、椭圆偏振光

$\begin{matrix} 5-2 \rightarrow 5-5 \\ 5-7 \end{matrix}$

透过P的光强I, E_{y0} , E_{x0} 在P的振透方向投影的合成

$$E_{xop} = E_{x0} e^{i\varphi_x} \cos \alpha$$

$$E_{yop} = E_{y0} e^{i\varphi_y} \sin \alpha$$



二投影振动方向相同, 有确定的相位差, \rightarrow (干涉)

$$I = EE^* = (E_{xop} + E_{yop})(E_{xop} + E_{yop})^*$$

$$= I_x \underbrace{\cos^2 \alpha}_{\substack{1 + \cos 2\alpha \\ 2}} + I_y \underbrace{\sin^2 \alpha}_{\substack{1 - \cos 2\alpha \\ 2}} + 2\sqrt{I_x I_y} \underbrace{\cos \alpha \sin \alpha}_{\sin 2\alpha} \cos(\Delta\varphi)$$

$$= \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha + \sqrt{I_x I_y} \sin 2\alpha \cos(\Delta\varphi)$$

$$I_x = E_{x0}^2; I_y = E_{y0}^2$$

分别表示椭圆偏振光中两个正交分量的强度

$$I_x = I_y; \Delta\varphi = \pm\pi/2 \Rightarrow \text{圆偏光}$$

$$\Rightarrow I = I_x = I_y = I_0/2$$

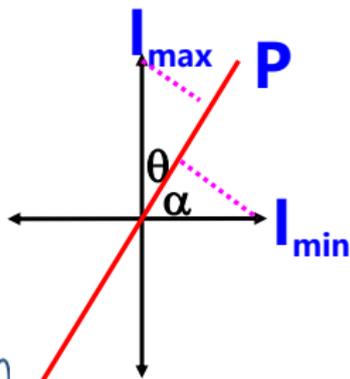
5、部分偏振光

对于椭圆偏振光，**两不等振幅在P方向的投影有确定的相差**，故干涉；对于部分偏振光，此二投影无确定相差，不发生干涉，总光强是**二分量光强**的直接叠加。

所以通过P后的光强为

$$\begin{aligned} I &= I_{\min} \cos^2 \alpha + I_{\max} \sin^2 \alpha \\ &= I_{\min} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + (I_{\max} - I_{\min}) \sin^2 \alpha \\ I &= \underbrace{I_{\min}}_{\text{circled}} + \underbrace{(I_{\max} - I_{\min})}_{\text{underlined}} \cos^2 \theta \\ &= \frac{1}{2} I_n + I_l \cos^2 \theta \end{aligned}$$

$$I_n = 2I_{\min}$$



部分偏振光是一自然光与一线偏光的混合

单一P，无法判别自然和圆偏振光；部分偏振和椭圆偏振光

菲涅耳公式

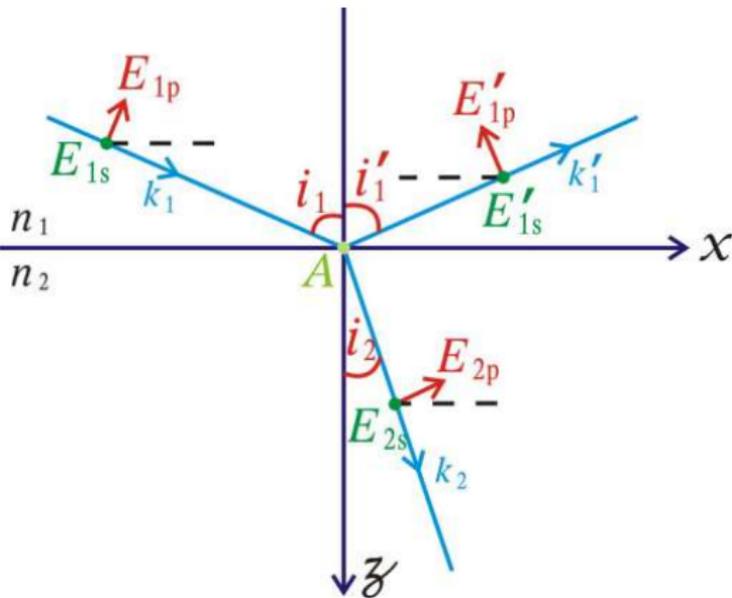
一、光在各向同性介质界面的反射折射

电磁理论
边界条件



菲涅耳公式

菲涅耳公式 → 反射、折射 --- 振幅、强度、能流



s 态—振动矢量垂直于入射面
 p 态—振动矢量在入射面内

TE波— s 态
TM波— p 态

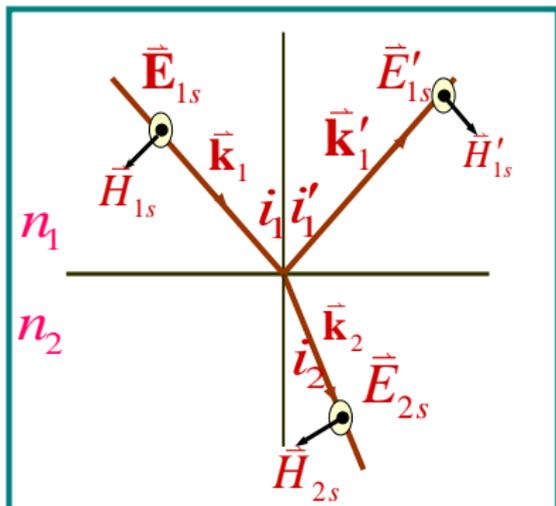
任一偏振态的入射光均可依据正交分解看作 s 和 p 两种线偏振叠加

二、菲涅耳公式（反射、折射的振幅比）

1、光矢量垂直于入射面（S波）

E、H矢量在界面处切向连续

$$\begin{cases} E_{1s} e^{i(k_{1x}x+k_{1y}y-\omega_1 t)} + E'_{1s} e^{i(k'_{1x}x+k'_{1y}y-\omega'_1 t)} = E_{2s} e^{i(k_{2x}x+k_{2y}y-\omega_2 t)} \\ -H_{1s} \cos i_1 + H'_{1s} \cos i'_1 = -H_{2s} \cos i_2 \end{cases}$$



TE波界面折射、反射

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= i'_1 \\ \frac{\sin i_1}{\sin i_2} &= \frac{n_2}{n_1} \end{aligned} \right\} \text{反射和折射定律}$$

$$E_{1s} + E'_{1s} = E_{2s}$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_0 \rightarrow H = \frac{n}{\mu_0 c} E$$

s光 (TE波)

振幅反射率

$$r_s = \frac{E'_{1s}}{E_{1s}} = \frac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} = -\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}$$

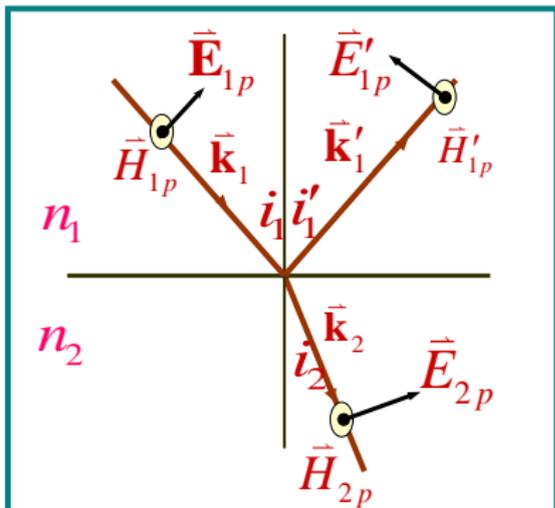
振幅透射率

$$t_s = \frac{E_{2s}}{E_{1s}} = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} = \frac{2 \cos i_1 \sin i_2}{\sin(i_1 + i_2)}$$

2、光矢量平行于入射面（P波）

E、H矢量在界面处切向连续

$$\begin{cases} H_{1p} + H'_{1p} = H_{2p} \\ E_{1p} \cos i_1 - E'_{1p} \cos i'_1 = E_{2p} \cos i_2 \end{cases}$$



TM波界面折射、反射

振幅反射率

$$\begin{aligned} r_p &= \frac{E'_{1p}}{E_{1p}} = \frac{n_2 \cos i_1 - n_1 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \\ &= \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} \end{aligned}$$

振幅透射率

$$\begin{aligned} t_p &= \frac{E_{2p}}{E_{1p}} = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} \\ &= \frac{2 \cos i_1 \sin i_2}{\sin(i_1 + i_2) \cos(i_1 - i_2)} \end{aligned}$$

3、菲涅耳公式

$$\text{反射光} \left\{ \begin{aligned} r_s &= -\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)} = \frac{\cos i_1 - \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 i_1}}{\cos i_1 + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 i_1}} \\ r_p &= \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} = \frac{n_{21}^2 \cos i_1 - \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 i_1}}{n_{21}^2 \cos i_1 + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 i_1}} \end{aligned} \right.$$

$$\text{折射光} \left\{ \begin{aligned} t_s &= \frac{2 \cos i_1 \sin i_2}{\sin(i_1 + i_2)} = \frac{2 \cos i_1}{\cos i_1 + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 i_1}} \\ t_p &= \frac{2 \cos i_1 \sin i_2}{\sin(i_1 + i_2) \cos(i_1 - i_2)} = \frac{2 n_{21} \cos i_1}{n_{21}^2 \cos i_1 + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 i_1}} \end{aligned} \right.$$

$$n_{21} = n_2 / n_1$$

三、 反射、透射光强比与能流比

1. 光强反射率 光强透射率

注意：一般介质界面反射折射问题中，考虑不同折射率的影响

$$I = \langle S \rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \langle E^2 \rangle$$

$$I \propto nE_0^2$$

光强反射率

$$R_s = \frac{I'_{1s}}{I_{1s}} = \frac{n_1 |E'_{1s}|^2}{n_1 |E_{1s}|^2} = |r_s|^2$$

$$R_p = \frac{I'_{1p}}{I_{1p}} = \frac{n_1 |E'_{1p}|^2}{n_1 |E_{1p}|^2} = |r_p|^2$$

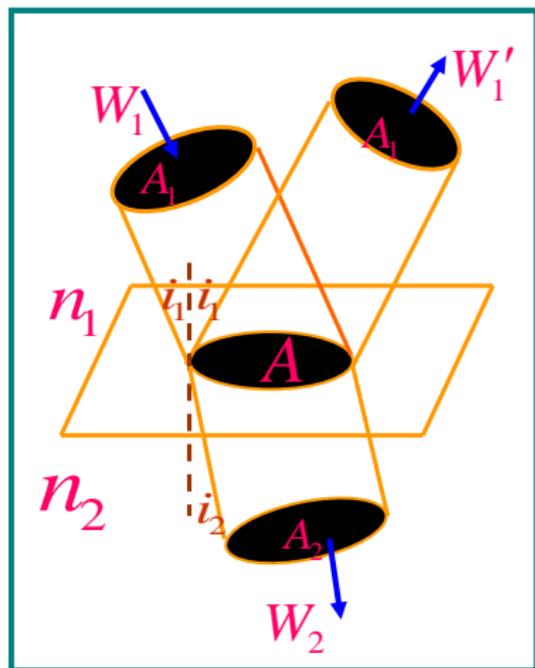
光强透射率

$$T_s = \frac{I_{2s}}{I_{1s}} = \frac{n_2 |E_{2s}|^2}{n_1 |E_{1s}|^2} = \frac{n_2}{n_1} |t_s|^2$$

$$T_p = \frac{I_{2p}}{I_{1p}} = \frac{n_2 |E_{2p}|^2}{n_1 |E_{1p}|^2} = \frac{n_2}{n_1} |t_p|^2$$

2. 能流反射率 能流透射率

能流比：通过界面上某一面积的入射光、反射光和折射光的功率之比



$$W_1 = I_1 A_1 = I_1 A \cos i_1$$

$$W_1' = I_1' A_1' = I_1' A \cos i_1$$

$$W_2 = I_2 A_2 = I_2 A \cos i_2$$

能流反射率

$$\mathcal{R}_s = \frac{W'_{1s}}{W_{1s}} = \frac{I'_{1s}}{I_{1s}} = R_s$$

$$\mathcal{R}_p = \frac{W'_{1p}}{W_{1p}} = \frac{I'_{1p}}{I_{1p}} = R_p$$

能流透射率

$$\mathcal{T}_s = \frac{W_{2s}}{W_{1s}} = \frac{I_{2s} \cos i_2}{I_{1s} \cos i_1} = \frac{\cos i_2}{\cos i_1} T_s$$

$$\mathcal{T}_p = \frac{W_{2p}}{W_{1p}} = \frac{I_{2p} \cos i_2}{I_{1p} \cos i_1} = \frac{\cos i_2}{\cos i_1} T_p$$

能量守恒

$$\mathcal{R}_s + \mathcal{T}_s = 1$$

$$R_s + T_s = 1 \quad \checkmark$$

$$\mathcal{R}_p + \mathcal{T}_p = 1$$

$$R_p + T_p = 1 \quad \checkmark$$

当入射波电矢量取任意方位角 α 时

$$\mathcal{R}_\alpha = \mathcal{R}_s \sin^2 \alpha + \mathcal{R}_p \cos^2 \alpha$$

$$\mathcal{T}_\alpha = \mathcal{T}_s \sin^2 \alpha + \mathcal{T}_p \cos^2 \alpha$$

若入射光为自然光，其反射比为

$$\mathcal{R}_n = (\mathcal{R}_s + \mathcal{R}_p) / 2$$

自然光在 $i_1 < 45^\circ$ 的区域内反射率几乎不变，约等于正入射的值。正入射时

$$\mathcal{R}_n = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2$$

在空气——玻璃 ($n=1.52$) 界面反射的情况， $\mathcal{R}_n = 0.043$
约4%的光能量被反射。

四、三个特殊入射角度

$n_1 < n_2, n_{21} > 1$ 从光疏介质射向光密介质

$n_1 > n_2, n_{21} < 1$ 从光密介质射向光疏介质

1. 正入射 $i_1 = 0$

$$r_s = -\frac{n_{21}-1}{n_{21}+1} = \frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}$$

$$r_p = -r_s = \frac{n_{21}-1}{n_{21}+1} = \frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}$$

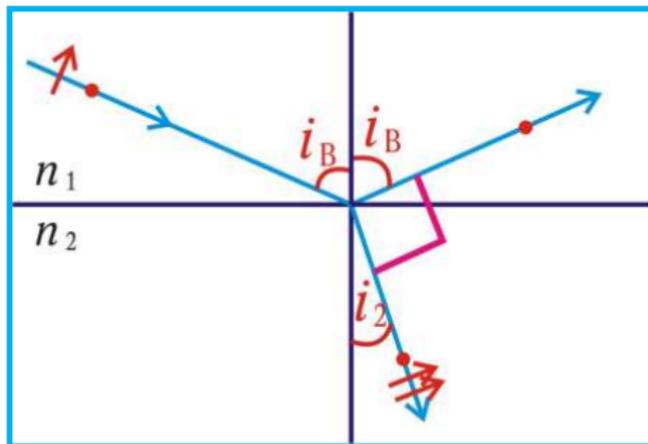
$$t_s = t_p = \frac{2}{n_{21}+1} = \frac{2n_1}{n_1+n_2}$$

2. 布儒斯特角

$$i_b = \tan^{-1} n_{21} = \tan^{-1} \frac{n_2}{n_1}$$

$$i_1 = i_b \rightarrow \begin{cases} r_p = 0 \\ i_b + i_2 = \pi/2 \end{cases}$$

i_b 称为布儒斯特角



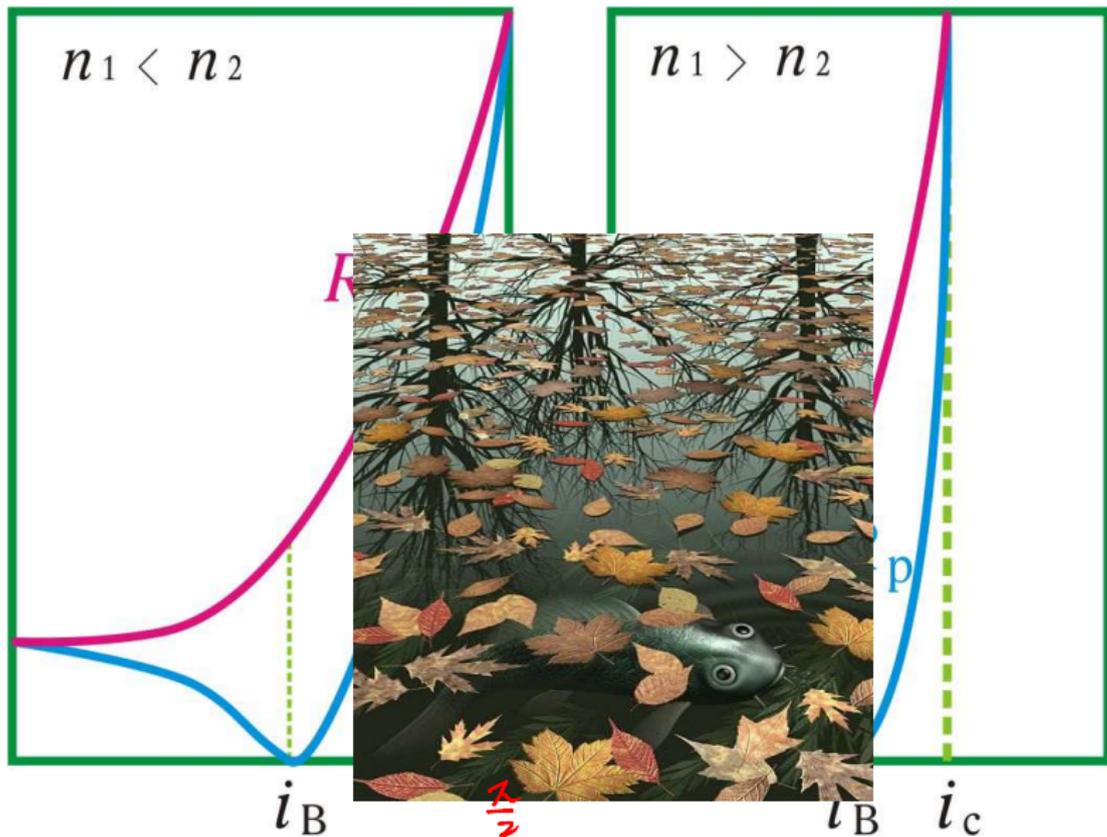
3. 全反射临界角（从光密介质到光疏介质）

$$i_c = \sin^{-1} n_{21} = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1}$$

i_c 称为全反射临界角

$$i_1 = i_c \rightarrow r_s = r_p = 1, \mathcal{R}_s = \mathcal{R}_p = 1$$

结论：入射能量全部回到介质1 — 全反射



t_s, t_p 随 i_I 的增大而减小

t_s, t_p 随 i_I 的增大而增大

五、相位关系

$$E_s \quad E_p \quad \text{复振幅}$$

模表示振幅之比，复角表示反射波、折射波相对入射波的相位变化(附加相位)。

1. 折射光无相移

$$t_s > 0, t_p > 0$$

折射光永远与入射光同相

$$t_s = \frac{2 \cos i_1 \sin i_2}{\sin(i_1 + i_2)}$$

$$t_p = \frac{2 \cos i_1 \sin i_2}{\sin(i_1 + i_2) \cos(i_1 - i_2)}$$

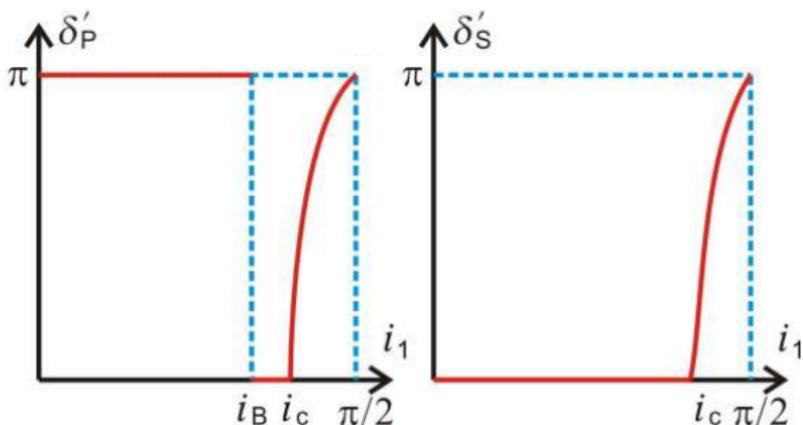
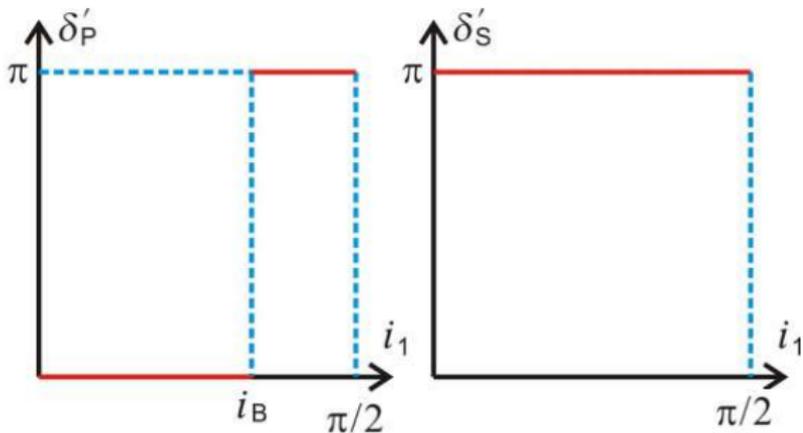
2. 反射光的相位变化

$$n_1 < n_2$$

$$r_p = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)}$$

$$r_s = -\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}$$

$$n_1 > n_2$$



• 全反射

当光从光密介质射向光疏介质 且入射角 $i_1 > i_c$

r_s, r_p 为复数

$$r_s = \frac{\cos i_1 - i\sqrt{\sin^2 i_1 - n_{21}^2}}{\cos i_1 + i\sqrt{\sin^2 i_1 - n_{21}^2}} = e^{i\delta_s}$$

$$r_p = \frac{n_{21}^2 \cos i_1 - i\sqrt{\sin^2 i_1 - n_{21}^2}}{n_{21}^2 \cos i_1 + i\sqrt{\sin^2 i_1 - n_{21}^2}} = e^{i\delta_p}$$

全反射时，S光和P光的相移

$$\delta_s = -\arg\{r_s\} = 2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{\sin^2 i_1 - n_{21}^2}}{\cos i_1}$$

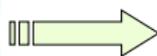
$$\delta_p = -\arg\{r_p\} = 2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{\sin^2 i_1 - n_{21}^2}}{n_{21}^2 \cos i_1}$$

当线偏振光入射时，全反射光一般为椭圆偏振光

3. 半波损失

界面上反射波E矢量—s分量

和p分量均发生振动方向反转



相位跃变

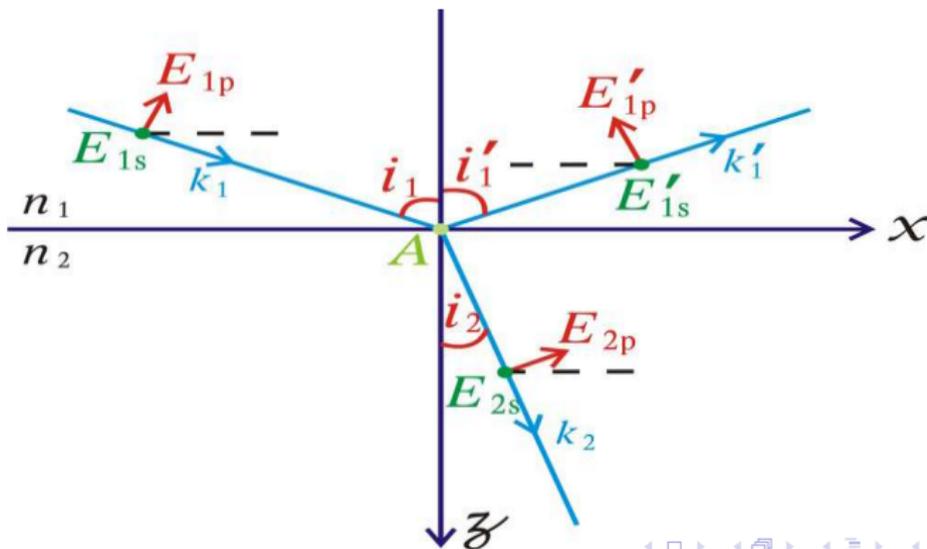
$\pm \pi$



光程跃变 $\pm \lambda / 2$



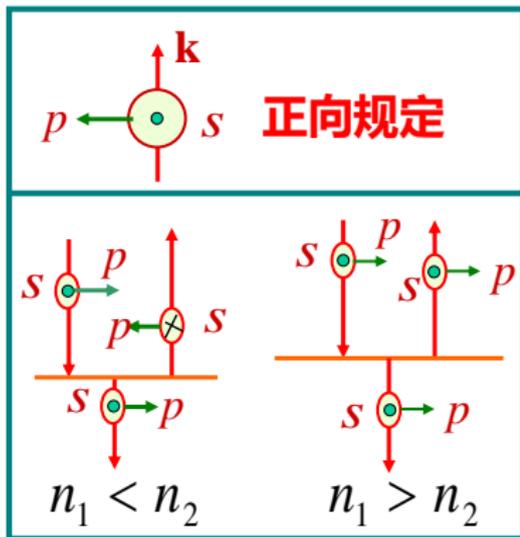
半波损失



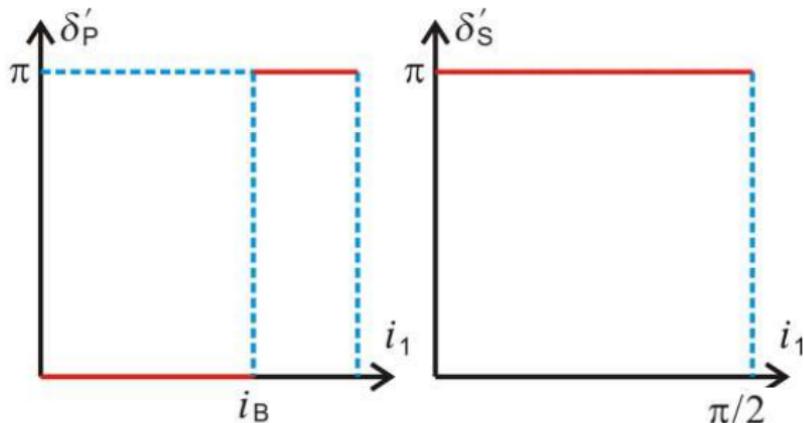
结论： (1) 当光波在接近正入射或掠入射下从**光疏介质与光密介质的**分界面反射时，反射光的电矢量相对于入射光的电矢量反向，产生了 π 的相位突变，**有半波损失**。

(2) 如果光波是从**光密介质入射到光疏介质**，在正入射时反射光的电矢量没有 π 的相位突变，**无半波损失**；掠入射时发生全反射现象。

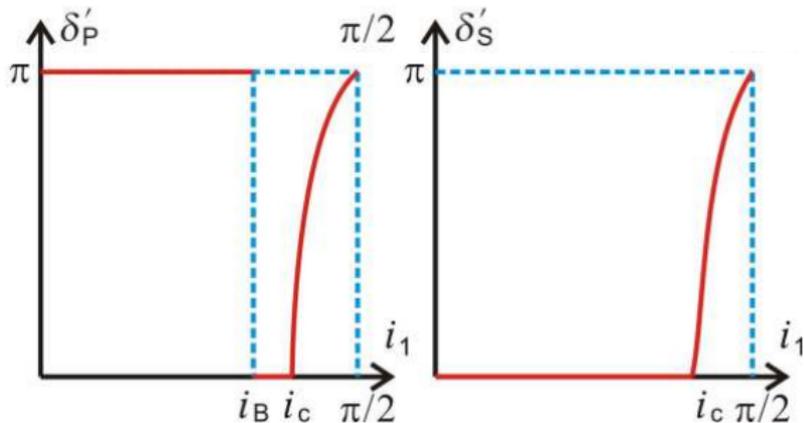
(3) 对于折射波，不论哪一种情况，电矢量都**不发生位相突变**。



薄膜干涉时经上下表面反射时候的半波损失



$$\begin{pmatrix} n_1 < n < n_2 \\ n_1 > n > n_2 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} n_1 < n > n_2 \\ n_1 > n < n_2 \end{pmatrix}$$

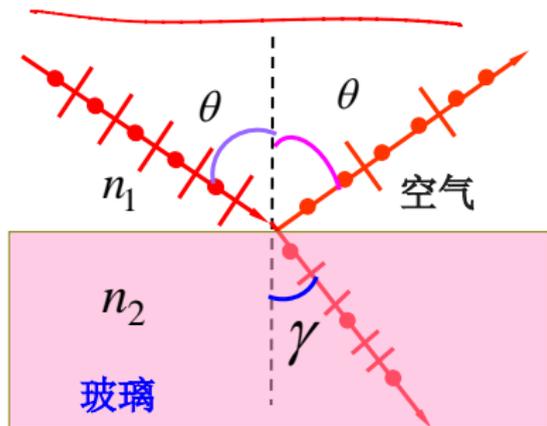
反射折射引起偏振态的改变

5-9 → 5-13

1、光反射与折射时的偏振

◆**反射光**：部分偏振光，垂直于入射面的振动大于平行于入射面的振动。

◆**折射光**：部分偏振光，平行于入射面的振动大于垂直于入射面的振动。



偏振程度与入射角有关

阳光斜入射时，**反射光**具有明显的偏振性质 S 。用适当的偏振眼镜可减少前方太阳光通过路面（或水面）反射所致的眩目；拍摄水下景物，镜头前加偏振片。



有反射光干扰的橱窗



在照相机镜头前加偏振片
消除了反射光的干扰

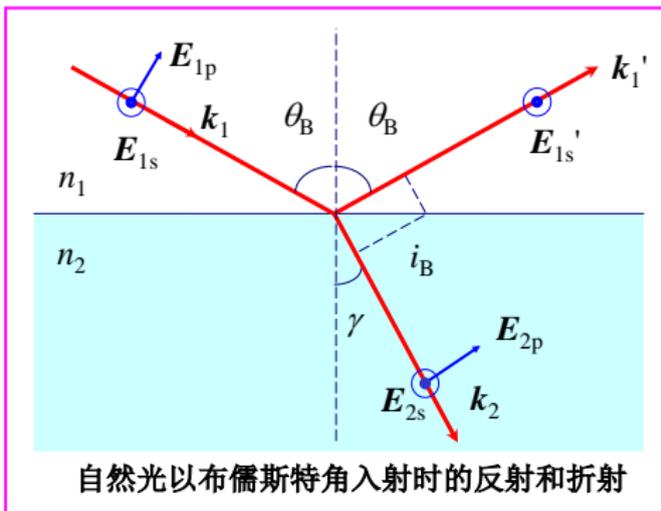
2、布儒斯特定律

布儒斯特定律：入射角等于布儒斯特角 θ_B 时，反射光为偏振面垂直于入射面的偏振分量（即s分量），折射光为部分偏振光。

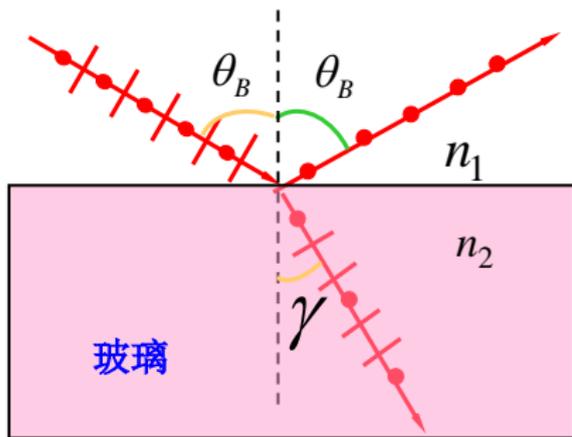
布儒斯特角： $\theta_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

① 反射光和折射光互相垂直；

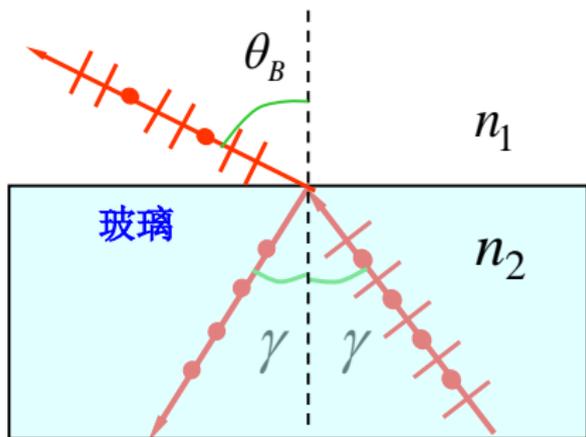
② 线偏振光以布儒斯特角入射时，若其振动面与入射面垂直，则反射光和透射光均为振动面垂直于入射面的线偏振光；若入射光振动面与入射面平行，则反射光强度为0，即全部透射。



③当入射光以 γ 角从 n_2 介质入射于界面时，此 γ 角即为布儒斯特角。



$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$

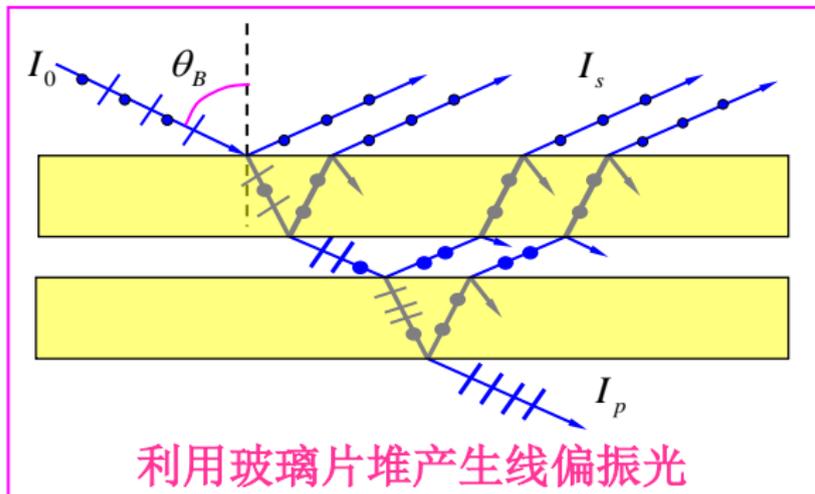


$$\tan \gamma = \frac{n_1}{n_2} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta_B\right)$$

3、玻璃片堆与布儒斯特窗

一次起偏垂直入射面的振动仅很小部分被反射（约7.5%）
所以反射偏振光很弱。

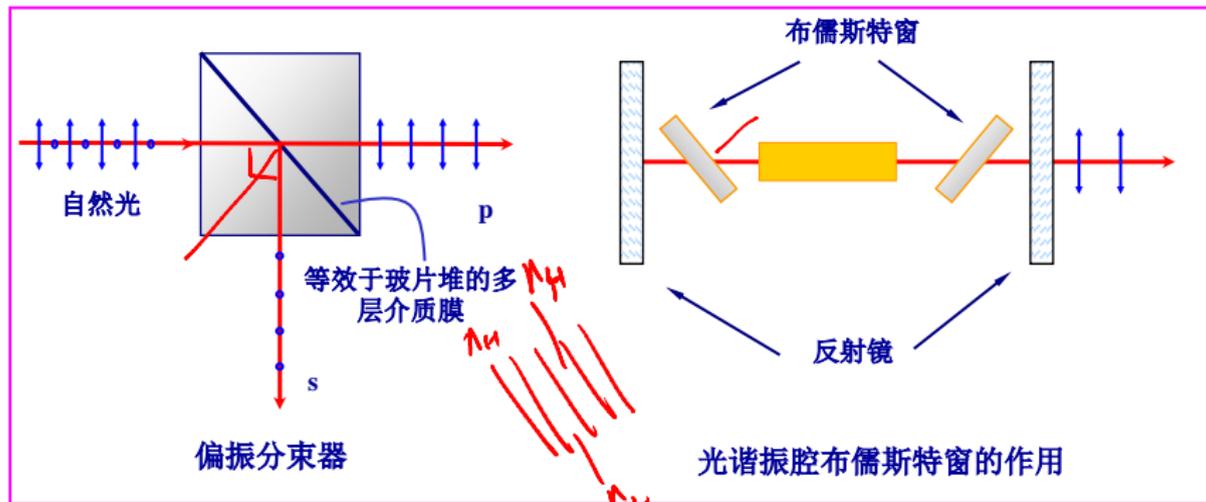
一般应用玻璃片堆产生偏振光，玻璃片堆可对入射光的偏振态及振幅进行调节。



$$I_p = \frac{I_0}{2}$$

$$E_p = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{I_0}{2}}$$

玻片堆的应用：起偏器，检偏器，偏振分束器，偏振激光器等。



$$n_1 \sin 45^\circ = n_H \sin \theta_H = n_2 \sin \theta_L$$

布儒斯特定律：
$$n = \frac{\sqrt{2} \cdot n_H n_L}{\sqrt{n_H^2 + n_L^2}}$$

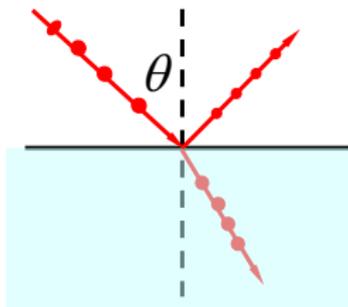
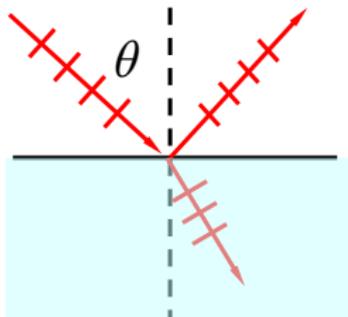
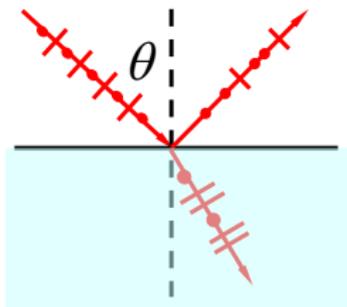
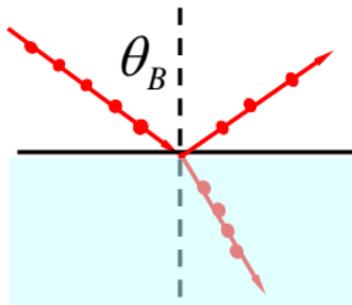
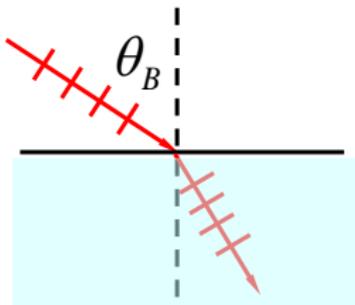
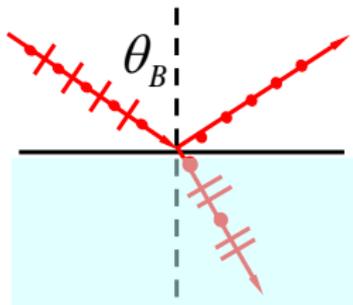


同时得到两束振动方向垂直的线偏振光

控制膜层厚度 → S光的增反膜

示例

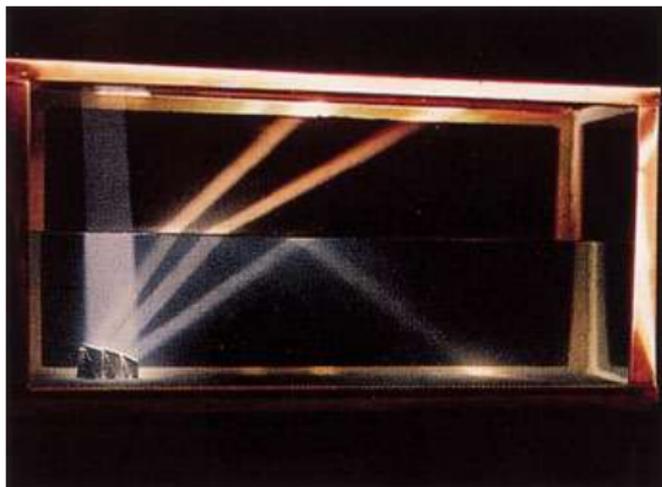
各种光的反射和折射 (起偏角 θ_B)



倏逝波

1、全反射

光波从**光密介质射向光疏介质**，当入射角增大入射角到某一角度，此时没有折射光存在，界面上所有光都返回介质1，这种现象称为**全反射**。



光从水中发出，以不同的入射角射向空气，所产生的折射和全反射的情形。

当入射角为 $\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$

2、倏逝波

全反射的条件： $n_1 > n_2, \theta_i \geq \theta_c$

问题： $\theta_i \geq \theta_c$ 时是否有折射光进入光疏介质？



倏逝波的存在从实验上验证

物理图像：全反射时光波透过第二介质大约波长量级的深度，并沿着界面流过波长量级距离（**古斯-汉森位移**）后重新返回第一介质，沿着反射光方向射出。

从电磁场的连续条件看，倏逝波的存在是必然的。因为电场和磁场不会在两介质的界面上突然中断，在第二介质中应有透射波存在，并具有特殊的形式。

$$E = E_0 e^{-\Omega z} e^{[i(k_x x - \omega t)]}$$

evanescent wave

倏逝波：

透射波沿界面方向传播，振幅在垂直界面方向按指数衰减。

穿透深度d：使振幅衰减为原来 $1/e$ 的空间距离，为波长量级

$$d = 1/\Omega = \lambda_0 / [2\pi \sqrt{(n_1 \sin \theta_i)^2 - n_2^2}]$$

$$E_2 = E_{20} e^{i(k_{2x}x + k_{2z}z - \omega t)}$$

$$k_{2x}^2 + k_{2z}^2 = k_2^2 = n_2^2 \frac{\omega^2}{c^2} \quad k_{2z} = \sqrt{k_2^2 - k_x^2}$$

$$k_x = n_1 k \sin i_1 = n_2 k \sin i_2$$

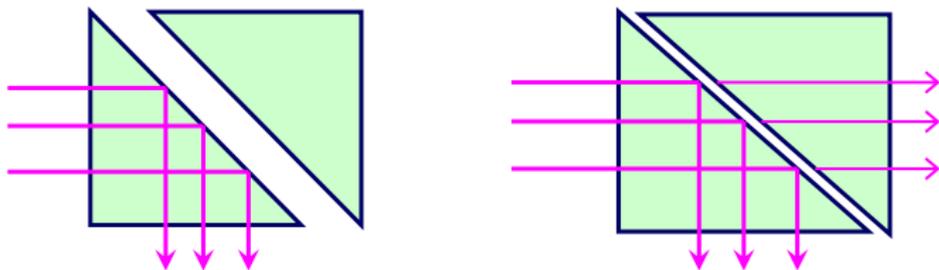
$$E_2 = E_{20} e^{i(k_x x + \sqrt{k_2^2 - k_x^2} z - \omega t)}$$

$$= E_{20} e^{i[k(n_1 \sin i_1 x + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1} z) - \omega t]}$$

$$\Omega = k \sqrt{(n_1 \sin \theta_i)^2 - n_2^2}$$

3、受抑全反射(光子隧道效应)：

随着空气隙变薄，反射光进一步减弱，而穿透光增强。

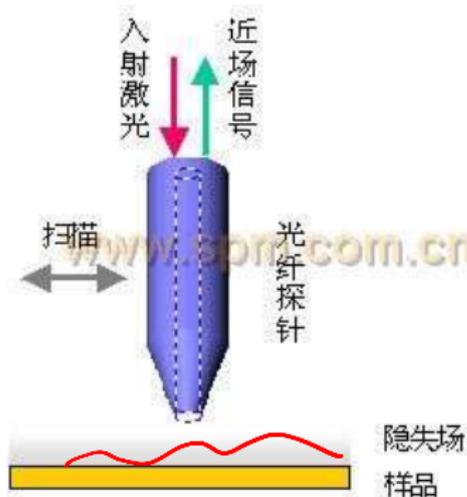
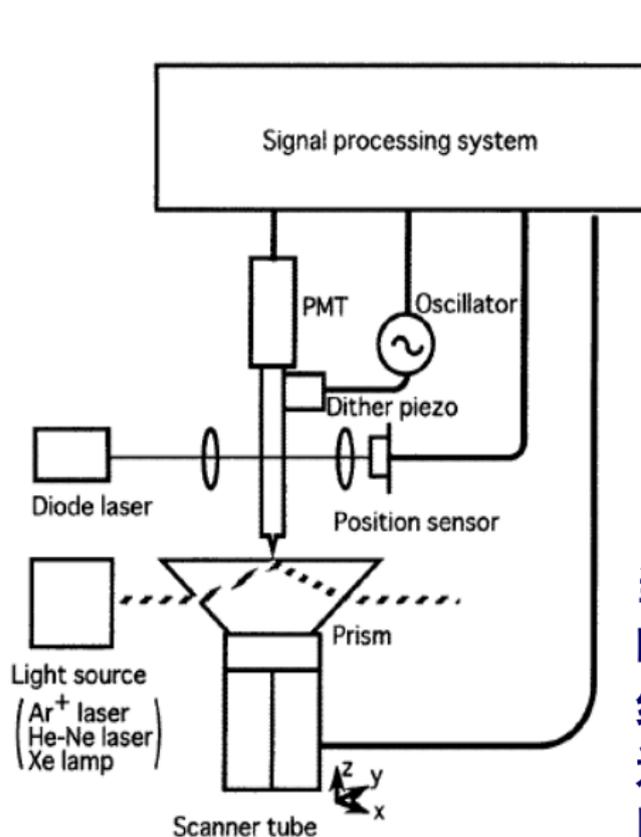


$D \gg d$ 时，发生全反射；

$D < d$ 时，反射光减弱，光会穿过空气隙从第二个棱镜出射；

➤ 利用倏逝波特性的受抑全反射效应能制成光调制器或光耦合器。

扫描隧道光学显微镜



当控制光纤探针在样品表面扫描时，探针接收到的近场信号经光纤传输到光学镜头或数字摄像头进行记录、处理，在逐点还原成图象等信号。

光在各向异性晶体中传播

§ 1 双折射现象

§ 2 晶体光学器件（偏振器、波片、相位补偿器）

§ 3 人工双折射

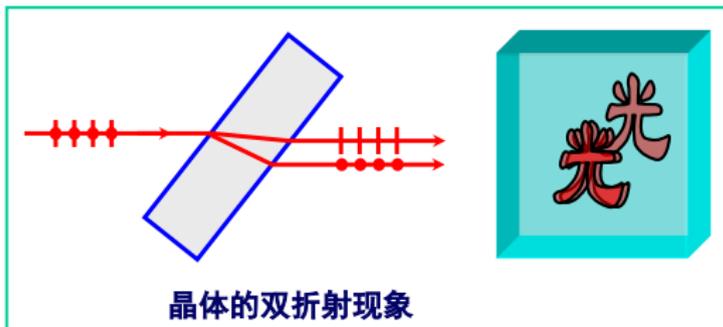
§ 4 旋光现象

§ 1 双折射现象

(double refraction, birefringence)



方解石晶体



光轴

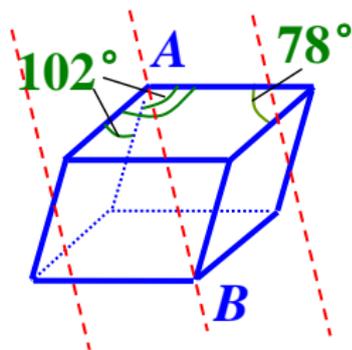
光轴：晶体中存在一些特定方向，沿此方向入射的自然光不发生双折射现象。

光轴是一个特殊的方向，凡平行于此方向的直线均为光轴。

光学系统

例：方解石晶体（冰洲石）

由三个钝角面会合而成的顶点引出的与三个棱边成等角的方向就是光轴。



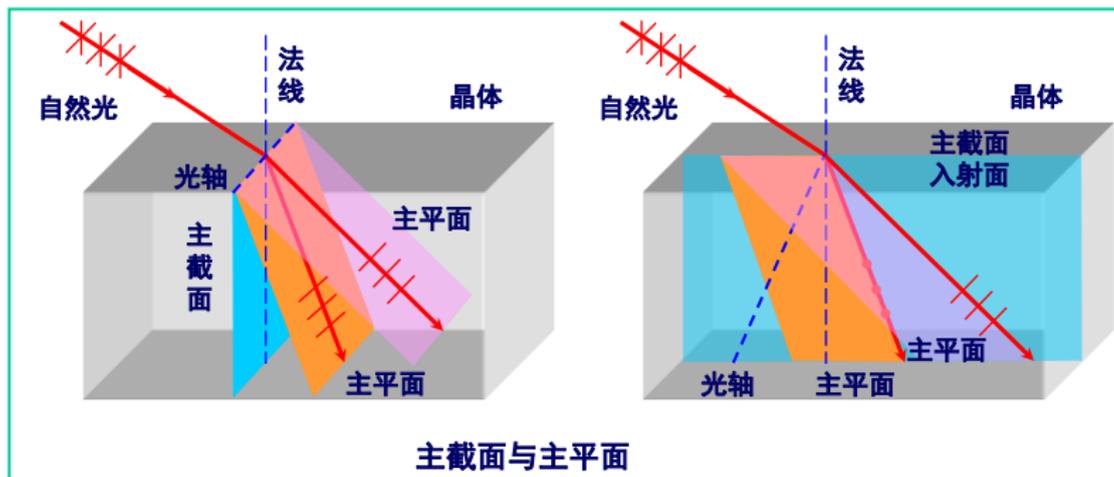
单轴晶体：只有一个光轴的晶体，如方解石、石英、铌酸锂、红宝石、金红石等。

双轴晶体：包含两个光轴的晶体，如云母、黄玉、铌酸钾、蓝宝石等。自然界中的晶体大多是双轴的。

主截面与主平面

主截面：由晶体光轴与界面法线组成的平面

主平面：由光轴及所考察光线组成的平面

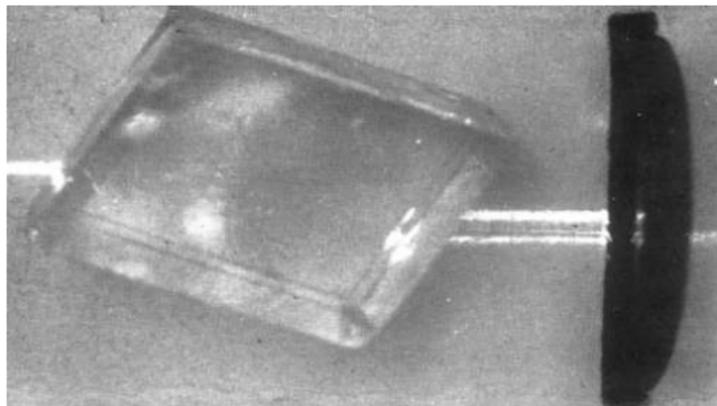


主截面由晶体自身特性决定，且始终垂直于晶体的表面；
主平面则取决于光线及晶体光轴的取向；当主平面平行于入射面时，主截面也平行于入射面。

双折射现象及描述

- ◆一束光入射到各向异性介质时，折射光分成两束：**双折射**
 - 一束遵从折射定律 ✎ 寻常光 (**ordinary** ↔ **o光**)
 - 一束一般不遵从 ✎ 非常光 (**extraordinary** ↔ **e光**)
- ◆o光永远在入射面内；
而e光不一定在入射面内，只有几个特殊方向才在入射面内
- ◆当光在**晶体内**沿某个特殊方向(**光轴方向**)传播时**不发**
生双折射

用偏振片来检查 o , e 两折射光的振动方向



◆ o 光振动方向始终垂直于 o 光线与光轴构成的平面(o 光主平面), 与光轴方向相垂直

e 光振动方向始终在 e 光线与光轴构成的平面内(e 光主平面), 不一定与光轴相垂直。

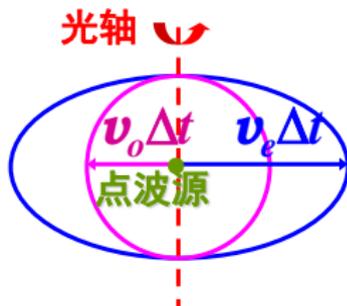
◆ o 振动的传播具有各向同性, e 振动的传播具有各向异性

单轴晶体中光波的波面

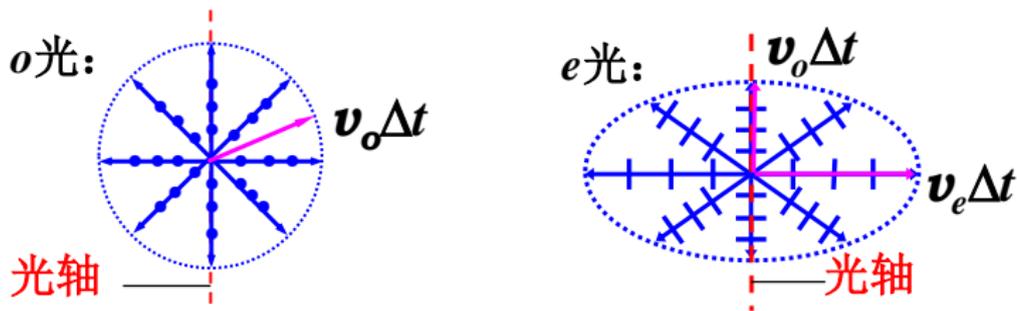
惠更斯原理可讨论光在各向同性介质中传播和折射规律

惠更斯对各向异性晶体中波面的描述

- 1、两折射光→晶体中任一点发出的次波应有两个波面
- 2、o光和e光→次波面应为球面、旋转椭球面(围绕光轴方向的回转的椭球面)
- 3、光轴方向两波面应相切??



单轴晶体的主折射率



$$n_o = \frac{c}{v_o}$$

n_o, n_e
晶体的主折射率

$$v_e \rightarrow n_e = \frac{c}{v_e}$$

在垂直于光轴的方向上

对o光: 一个折射率 ; 对e光: 无数个折射率

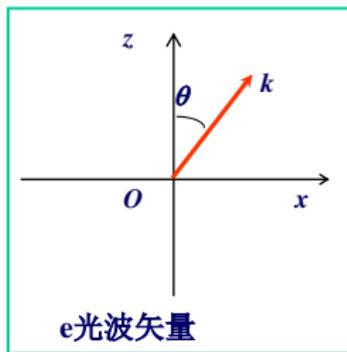
在光轴方向上相等

对于波矢量方向与光轴夹角为 θ 的非常光，其折射率为

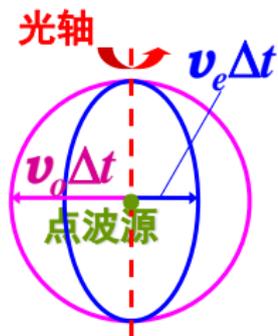
$$n^2(\theta) = \frac{n_o^2 n_e^2}{n_e^2 \cos^2 \theta + n_o^2 \sin^2 \theta}$$

单轴晶体的主折射率

晶体	入射光波长/nm	n_o	n_e
方解石	589.3	1.6584	1.4864
电气石	589.3	1.669	1.638
红宝石	706.5	1.76392	1.75501
铌酸锂	632.8	2.2884	2.2019
石英	589.3	1.54424	1.55335
冰	589.3	1.309	1.310
金红石	589.3	2.616	2.903
锆石	589.3	1.923	1.968

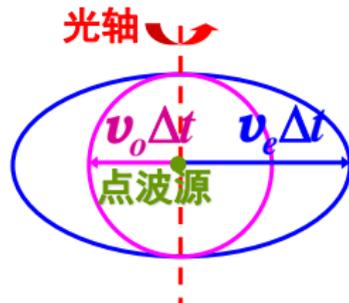


正晶体: $n_e > n_o$ ($v_e < v_o$)



如: 石英、冰

负晶体: $n_e < n_o$ ($v_e > v_o$)



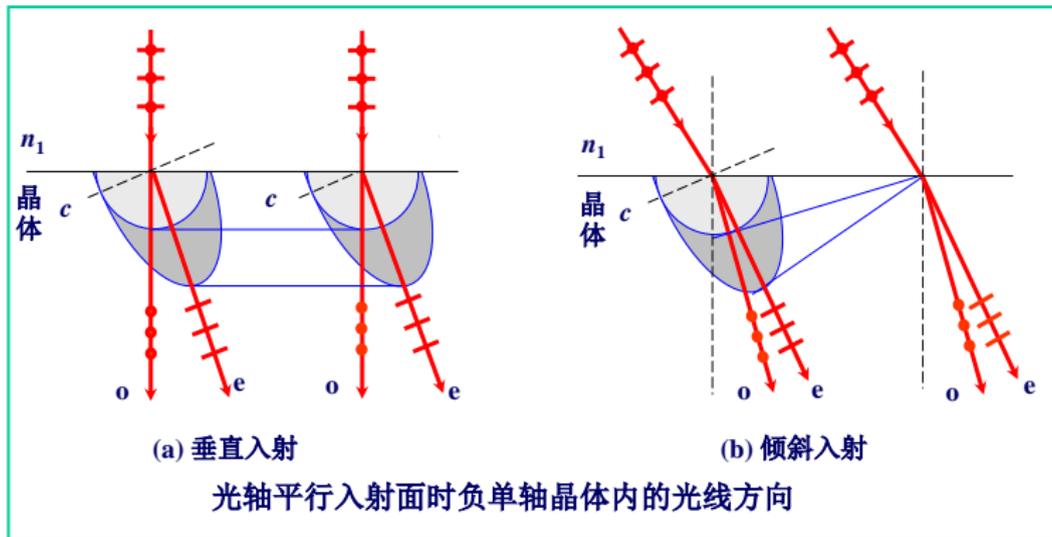
如: 方解石、红宝石

光轴方向相切

单轴晶体中光传播的惠更斯作图法

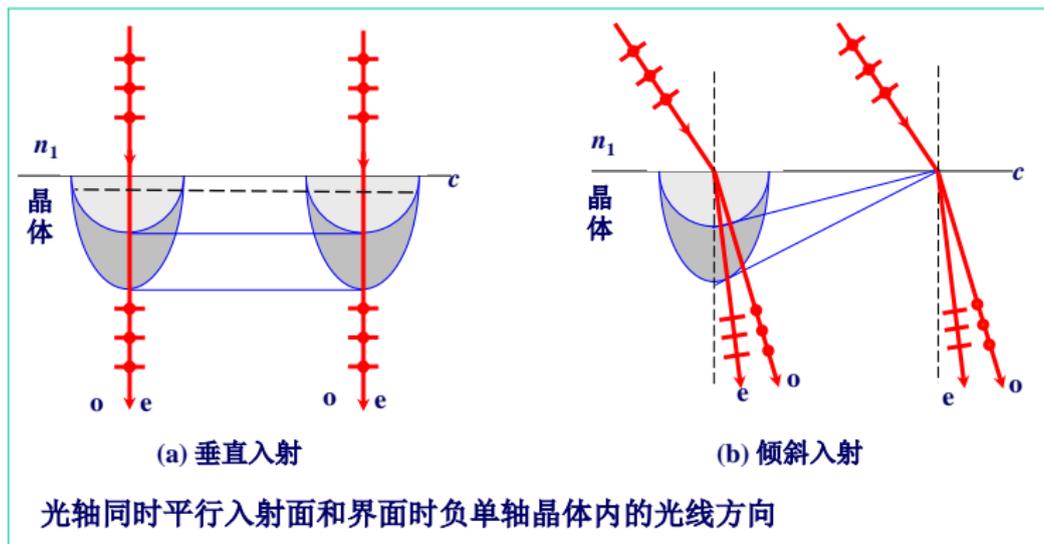
以负晶体 ($v_e > v_o$) 为例：(次波面, 波阵面)

1. 光轴平行于入射面，并与界面相交一角度。



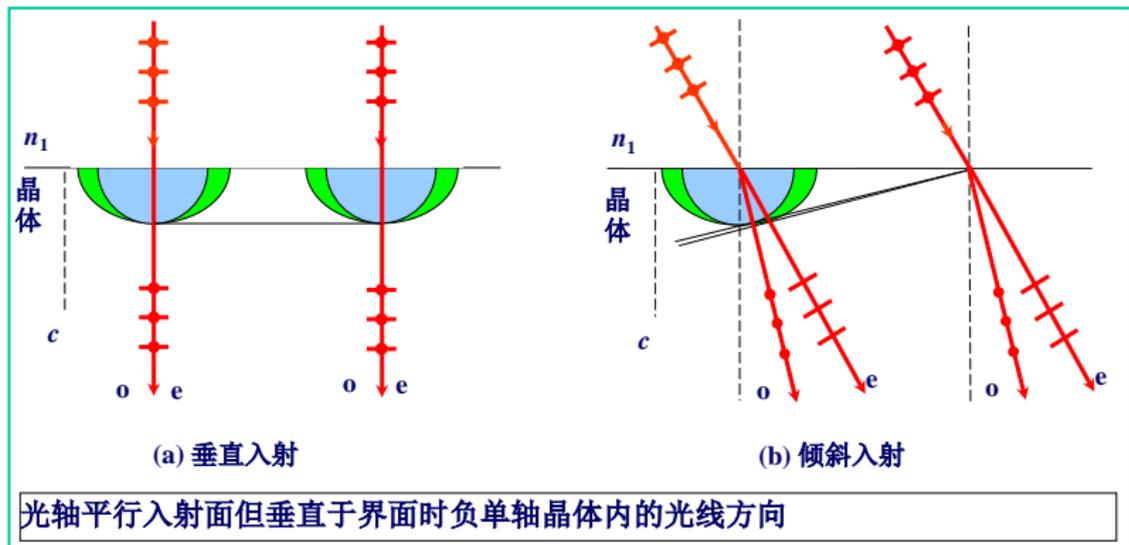
无论是垂直入射还是斜入射，o光与e光分开，但因主截面与入射面重合，故o光主平面与e光主平面重合，e光仍位于入射面内。

2. 光轴同时平行于入射面和界面，平面波入射。



主截面与入射面重合，故o光与e光主平面重合，振动方向正交。垂直入射时，o光与e光不分开，只是速度不同，分别为 v_o 和 v_e 。

3. 光轴平行于入射面，但与界面垂直，平行光入射。



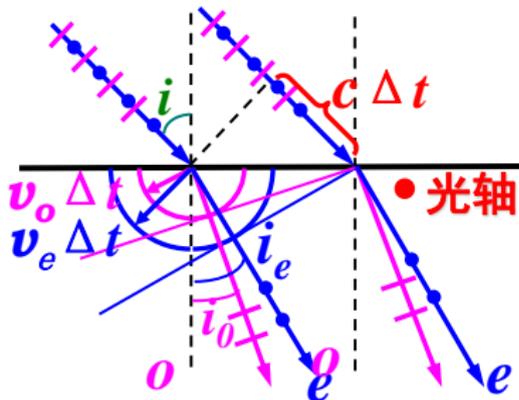
o光和e光波面与入射面的交线分别为圆和椭圆，主平面、主截面与入射面重合，o光与e光振动方向正交。垂直入射时，o光与e光不分开，且速度均为 v_o 。斜入射时，o光与e光分开，e光不满足折射定律。

4. 光轴垂直入射面，平行晶体表面，自然光与界面斜入射

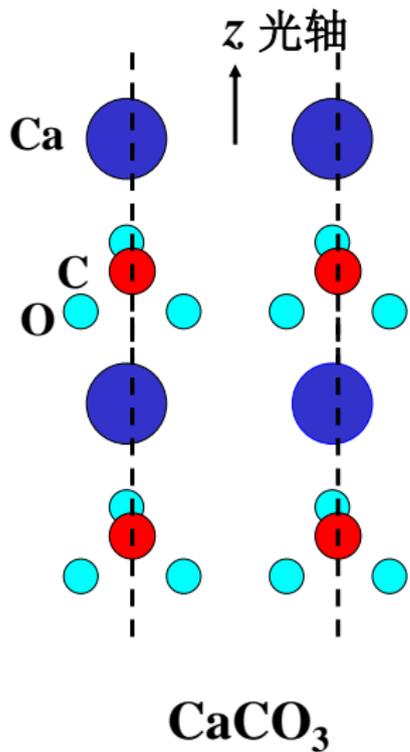
$$\frac{\sin i}{\sin i_o} = \frac{c}{v_o} = n_o$$

e光的次波面（圆）对应的波阵面（等相面）与其波射线垂直

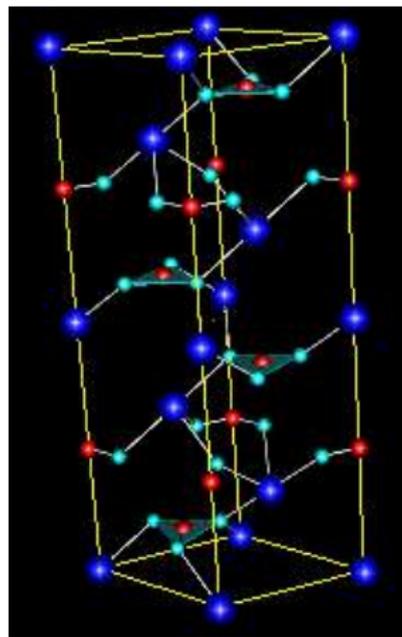
$$\frac{\sin i}{\sin i_e} = \frac{c}{v_e} = n_e$$

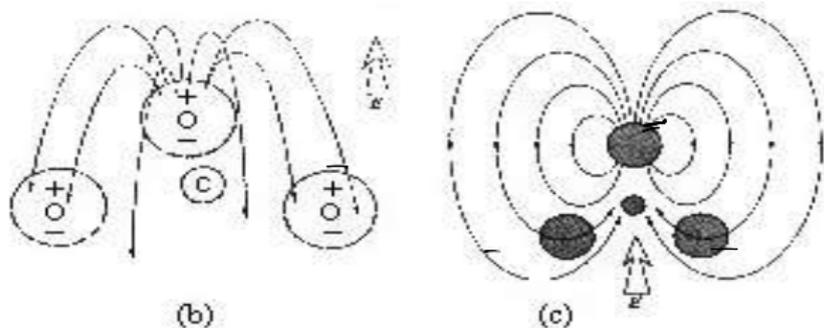


双折射现象产生的原因：不同的方向极化大小不一样



方解石内部的原子排列如图。每个 CO_3 原子群构成三角形平面垂直于光轴。





(b) 外场 E 垂直 CO_3 平面的极化； (c) 外场 E 平行于 CO_3 平面的极化

当 $E \perp CO_3$ 平面，即平行于光轴 Z 时，每个较易极化了的氧原子所产生的局域场都使邻近的 O 极化变小(b)。当 E 在 CO_3 平面内，即垂直于 Z ，两个极化了的 O 的局域场都使第三个 O 增大极化。即，平行光轴的 E 引起极化较难，介电系数和折射率就较小；垂直光轴的 E 引起极化较容易，介电系数和折射率就较大，致使振动方向不同的光波的传播速度也不相同。可见，由于晶体内部原子排列的对称性，使原子的极化随方向而不同，导致了光的传播速度(即折射率)随光振动的方向而变，这是晶体双折射的基本原因。

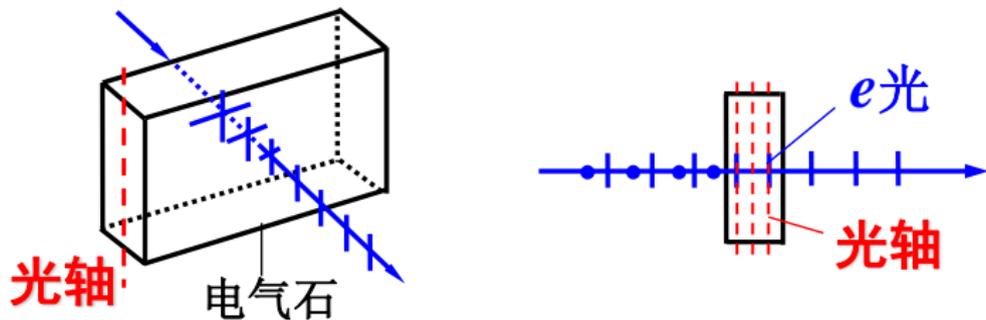
§ 2. 晶体光学器件

一. 晶体起偏器件

1. 晶体的二向色性偏振器

某些晶体对 o 光和 e 光的吸收有很大差异，叫晶体的二向色性

例如，电气石对 o 光有强烈吸收，对 e 光吸收很弱

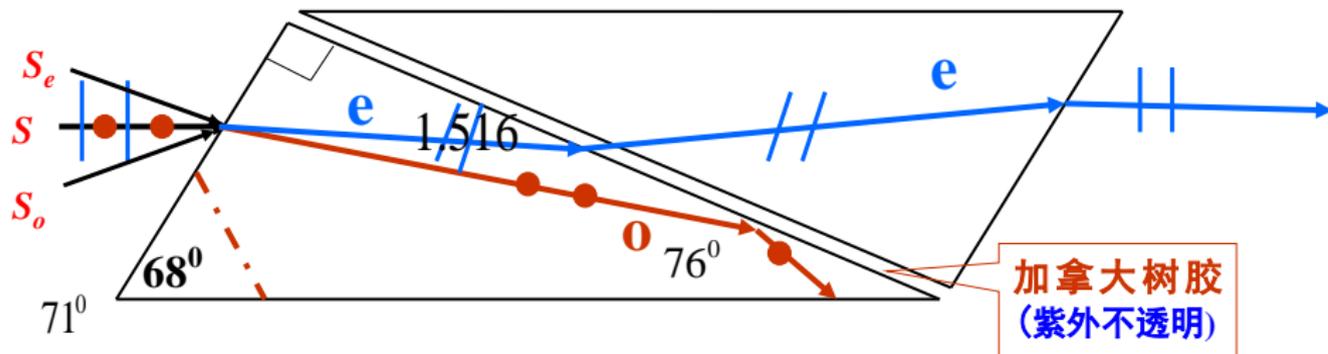


2. 偏振棱镜

5-15 → 5-20

▲ 尼科尔棱镜:

e光不能用折射定律



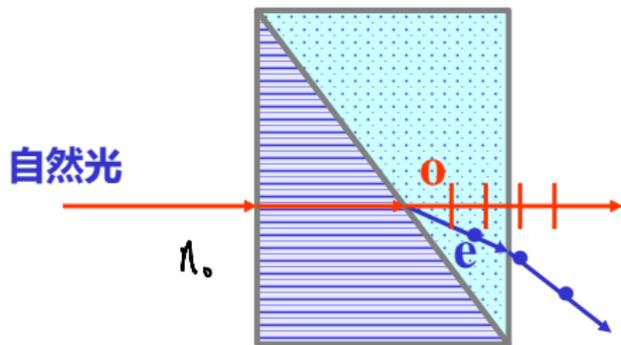
方解石（钠黄光）： $n_o = 1.658$; $n_e = 1.486$

加拿大树胶： $n = 1.55$

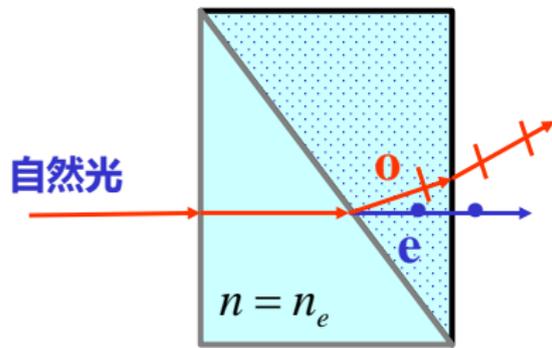
$i >$ 临界角（ 69.2 ）， o 光全反射了， e 光可通过

限制：入射光的汇聚角度有限， $S_o S_e$ 的夹角小于 28°

▲ 洛匈棱镜:



方解石制成的洛匈棱镜



玻璃和方解石构成

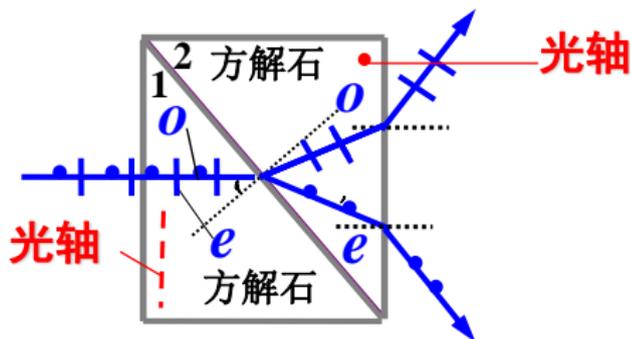
负单晶 $n_o > n_e$

e光可以用折射定律

$n_e \rightarrow \updownarrow n_o$ 光疏 \rightarrow 光密

注意: 光轴的配置, 偏振和方向的变化

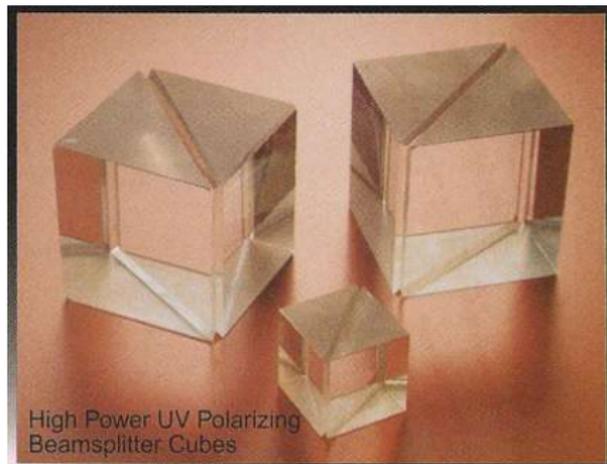
▲ 渥拉斯顿棱镜



棱镜锐角为 45° 时，出射光张角为 $20^\circ 41'$

负晶体 $n_o > n_e$

Real Polarizers



Air-spaced polarizers



二. 波晶片—相位延迟

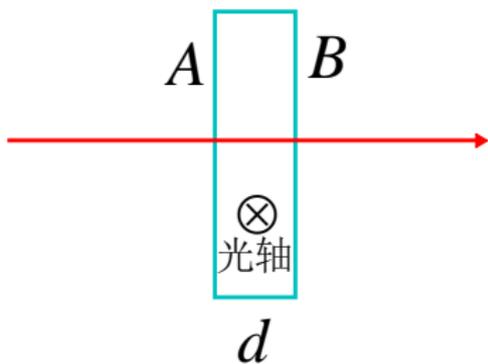
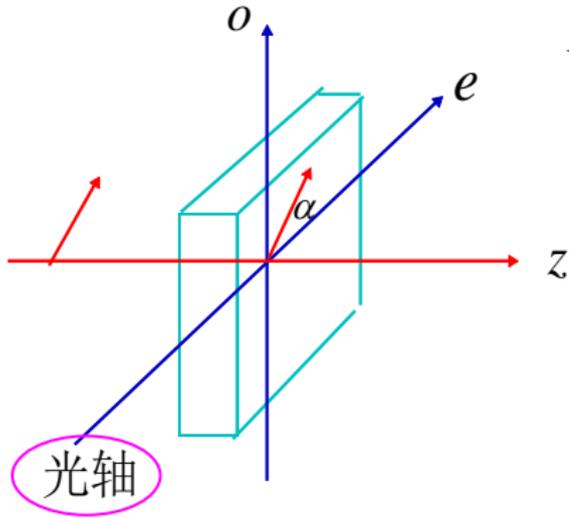
圆和椭圆偏振光的起偏与检偏

垂直光轴传播的任何偏振态的光在晶体中可以分解为**沿光轴方向**振动(**e**) 和**垂直光轴**振动(**o**)的本征振动的迭加

$$E_e = A_e \cos(\omega t - k_e z - \varphi_{e\lambda})$$

$$E_o = A_o \cos(\omega t - k_o z - \varphi_{o\lambda})$$

光轴平行表面的晶体薄片



线偏振光: $A_o = A \sin \alpha$ $A_e = A \cos \alpha$

α 是振动方向与光轴的夹角

相位关系:

	入射面A	波晶片产生的相位延迟	输出面B
o相位	$\varphi_{o\lambda}$	$\Delta_o = \frac{2\pi}{\lambda} n_o d$	$\varphi_{oB} = \varphi_{o\lambda} + \Delta_o$
e相位	$\varphi_{e\lambda}$	$\Delta_e = \frac{2\pi}{\lambda} n_e d$	$\varphi_{eB} = \varphi_{e\lambda} + \Delta_e$
o-e	$\Delta\varphi_\lambda = \varphi_{o\lambda} - \varphi_{e\lambda}$	$\Delta = \Delta_o - \Delta_e$	$\Delta\varphi = \Delta\varphi_\lambda + \Delta$

负晶体（方解石）

$$V_e > V_o; n_o > n_e$$

正晶体（石英）

$$V_o > V_e; n_e > n_o$$

2. 四分之一波片

选择晶片的厚度，使o、e光产生相位差：

$$\rightarrow \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d = \pm(2m+1) \frac{\pi}{2} \quad m \text{是任意整数}$$

有效光程差或位相差： $\rightarrow \pm \frac{\lambda}{4}, \pm \frac{\pi}{2}$

±号并不对应正、负晶体，与晶体的正负性并没有必然的联系

$$(n_o - n_e) d = -\frac{3\lambda}{4} \Leftrightarrow \frac{\lambda}{4} \quad \text{即} \quad -\frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$(n_o - n_e) d = \frac{3\lambda}{4} \Leftrightarrow -\frac{\lambda}{4} \quad \text{即} \quad \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2}$$

$$\Delta = \left| -\frac{2\pi}{\lambda} n_e d + \frac{2\pi}{\lambda} n_o d \right| = \frac{2\pi}{\lambda} (n_{\text{慢}} - n_{\text{快}}) d + 2m\pi$$

快轴 慢轴

四分之一波片

$$\Delta = \pm \frac{\pi}{2}$$

可从线偏振光获得椭圆或圆偏振光

$\alpha = \frac{\pi}{4}$ $A_o = A_e$ 线偏振光 \rightarrow 圆偏振光

$\alpha = 0, \frac{\pi}{2}$ $\frac{A_o}{A_e} = 0$ 线偏振光 \rightarrow 线偏振光

$\alpha \neq 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ $A_o \neq A_e$ 线偏振光 \rightarrow 椭圆偏振光

椭圆偏振光经 $\lambda/4$ 的变化 (α 代表光轴与长轴的夹角)

$$\alpha = 0, \frac{\pi}{2}$$

椭圆偏振光 \rightarrow 线偏振光

$$\alpha \neq 0, \frac{\pi}{2}$$

椭圆偏振光 \rightarrow 椭圆偏振光

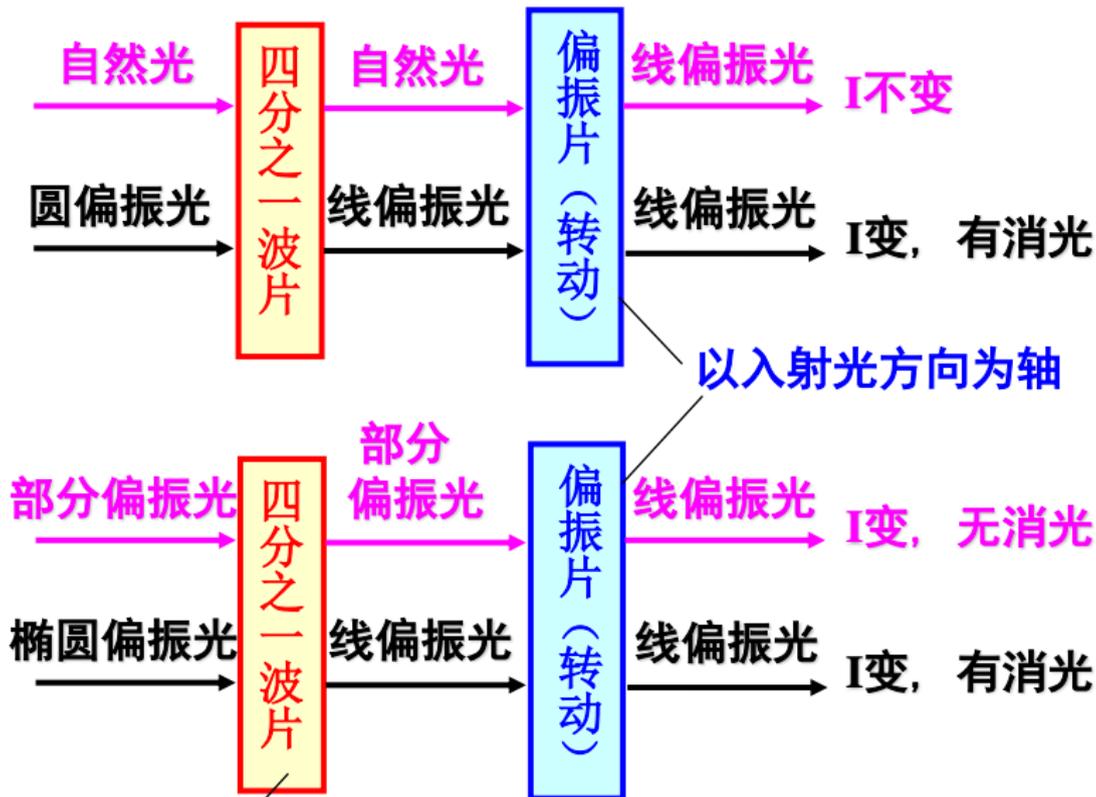
圆偏振光经 $\lambda/4$ 的变化

α 任意

圆偏振光 \rightarrow 线偏振光

椭圆与圆偏振光的检偏 ??

用四分之一波片和偏振片可区分出自然光和圆偏振光，或部分偏振光和椭圆偏振光。

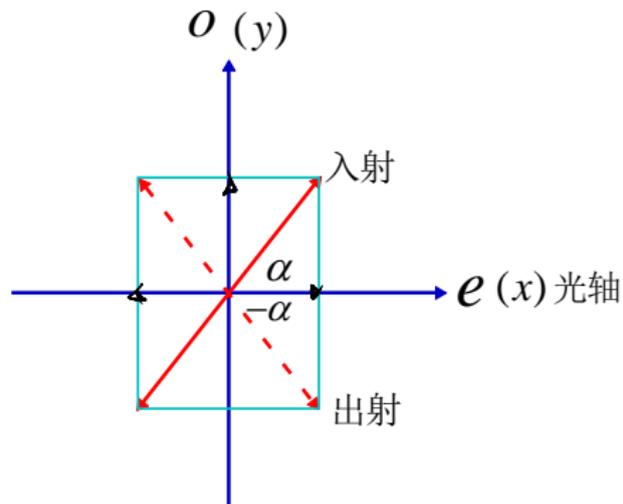


光轴平行最大光强或最小光强方向放置
或光轴平行椭圆偏振光的长轴或短轴放置

(2) 二分之一波片

$$(n_e - n_o)d = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\rightarrow \Delta = \pm(2m+1)\pi$$



可使线偏振光振动面转过 2α 角度

(3) 全波片

$$(n_e - n_o)d = \lambda \rightarrow \Delta = 2\pi$$

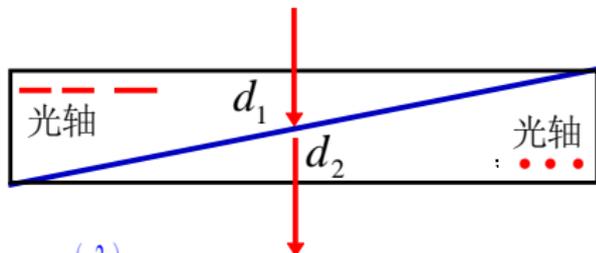
三. 相位补偿器

在振动方向互相垂直的两束光间
产生任意的相位差

1、巴比涅补偿器

类渥拉斯顿棱镜
薄、顶角很小

振动方向： $^{(1)}n_o \rightarrow ^{(2)}n_e$; $^{(1)}n_e \rightarrow ^{(2)}n_o$

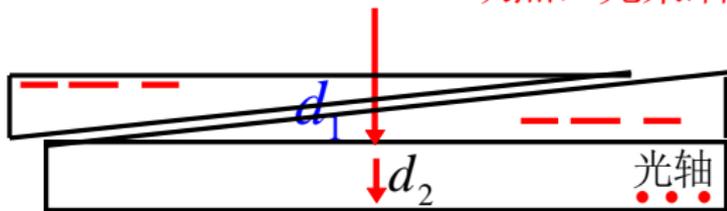


∴ 出射s, p光的程差： $\Delta L = (n_o d_1 + n_e d_2) - (n_e d_1 + n_o d_2)$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)(d_1 - d_2)$$

缺点：光束细

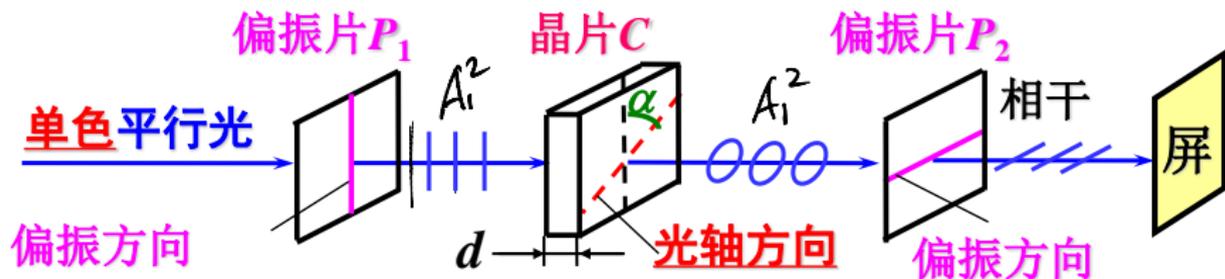
2、索列尔补偿器



§ 3 偏振光的干涉

5-22 → 5-24

一. 平行偏振光干涉装置



从C出射的o光、e光能否产生干涉 ?

从C出射的o光、e光通过 P_2 后才会产生干涉

二. 平行偏振光干涉分析

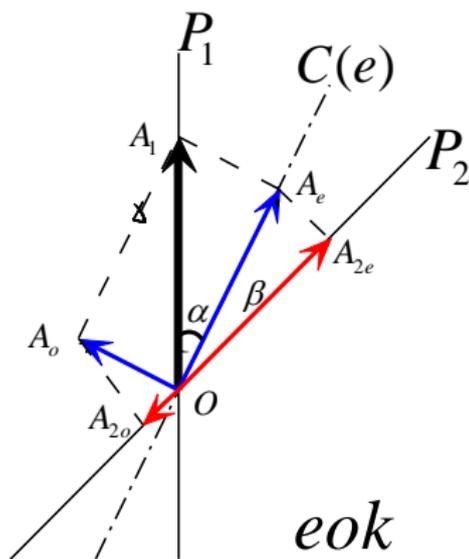
1. 振幅大小关系

透过 P_1 上:

$$A_o = A_1 \sin \alpha$$

$$A_e = A_1 \cos \alpha$$

A_1 透过 P_1 后 振幅



投影在 P_2 上:

$$A_{o2} = A_o \sin \beta = A_1 \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$A_{e2} = A_e \cos \beta = A_1 \cos \alpha \cos \beta$$

设从偏振片 P_2 出射两振动的位相差为 $\Delta\varphi$

则通过 P_2 后的光强为:

$$I = I_{o2} + I_{e2} + 2\sqrt{I_{o2}I_{e2}} \cos \Delta\varphi$$

$$I_{o2} = A_{o2}^2 = A_1^2 \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta$$

$$I_{e2} = A_{e2}^2 = A_1^2 \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta$$

$$I = A_1^2 (\cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta \cos \Delta\varphi)$$

2. 相位关系

1、入射光在波晶片上分解的 o, e 光分量间的位相差 δ_λ

$$\delta_\lambda \text{ 取决于入射光的偏振态; } \delta_\lambda = \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$$

2、由波晶片引起的的位相差 Δ

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d$$

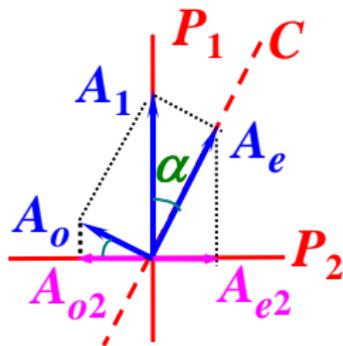
3、坐标轴投影引起的位相差 δ'

若 o, e 轴正向对 P_2 轴的两个投影分量方向一致 $\delta' = 0$, 相反 $\delta' = \pi$

$$\therefore \Delta\varphi = \delta_\lambda + \Delta + \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$$

书上只有两项
与书上是等价的

If : $P_1 \perp P_2$, and , $\alpha = 45^\circ$

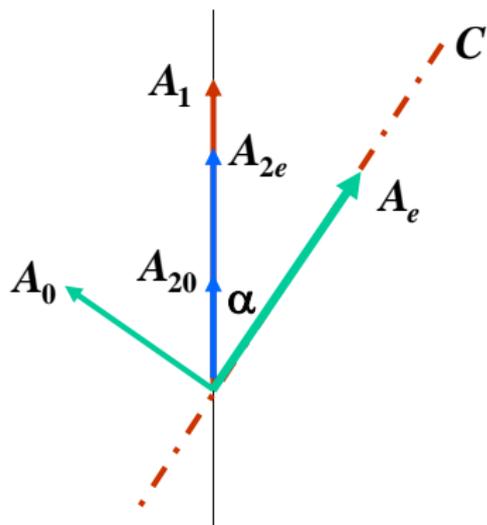


$$\Delta\varphi_{\perp} = 0 + \Delta + \pi = \frac{2\pi d}{\lambda} (n_o - n_e) + \pi$$

$$\Rightarrow I_{2\perp} = \frac{A_1^2}{2} [1 + \cos(\Delta\varphi_{\perp})] = \frac{A_1^2}{2} (1 - \cos \Delta)$$

$$I_{2\perp} = I_1 \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)$$

If : $P_1 \parallel P_2$, and , $\alpha = 45^\circ$



$$\Delta\varphi_{//} = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d = \Delta$$

只取决于晶片带来的位相差

则通过 P_2 后的光强为:

$$I_{2//} = \frac{A_1^2}{2} [1 + \cos(\Delta\varphi_{//})]$$

$$I_{2//} = I_1 \cos^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)$$

三. 显色偏振

给定晶片的双折射率差及厚度，则透射光的强度仅与入射光波长有关。入射光为白光时，透射光在观察屏上出现彩色，转动任何元件，幕上颜色发生变化。

由于 $\Delta\varphi_{\perp} \xleftrightarrow{\pi} \Delta\varphi_{\parallel}$

$$\alpha = 45^{\circ}$$

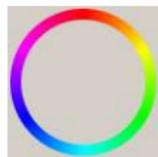
$$I_{2\perp} = I_1 \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) \quad I_{2\parallel} = I_1 \cos^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)$$

在**白光**的照射下，对同一晶板，在**正交**系统中出现的颜色与**平行**系统中出现的颜色互补

互补色

蓝色 (485.4nm) 相消 \rightarrow **黄色** (585.3 nm)

红色 (656.2nm) 相消 \rightarrow **青色** (492.1nm)

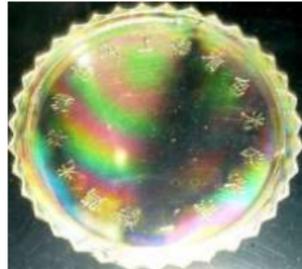




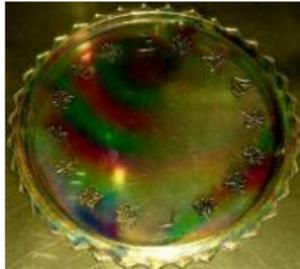
(a) 暗场



(b) 亮场



(c) 暗场



(d) 亮场

透明胶带薄膜的偏光干涉图样

塑料板的偏光干涉图样

若单色光入射，且 d 不均匀，则屏上为等厚条纹

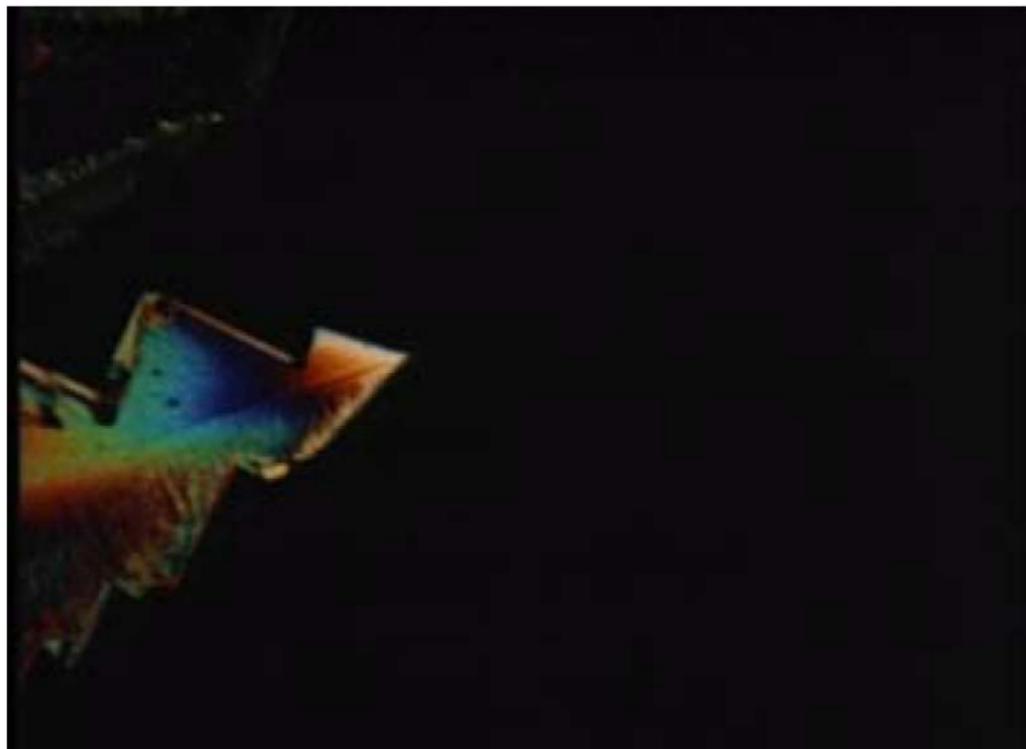


石英劈尖的偏振光干涉（等厚条纹）

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d$$

显色偏振是检验材料有无双折射效应的灵敏方法，用显微镜观察各种材料在白光下的显色偏振，可以分析物质内部的某些结构

—偏光显微术

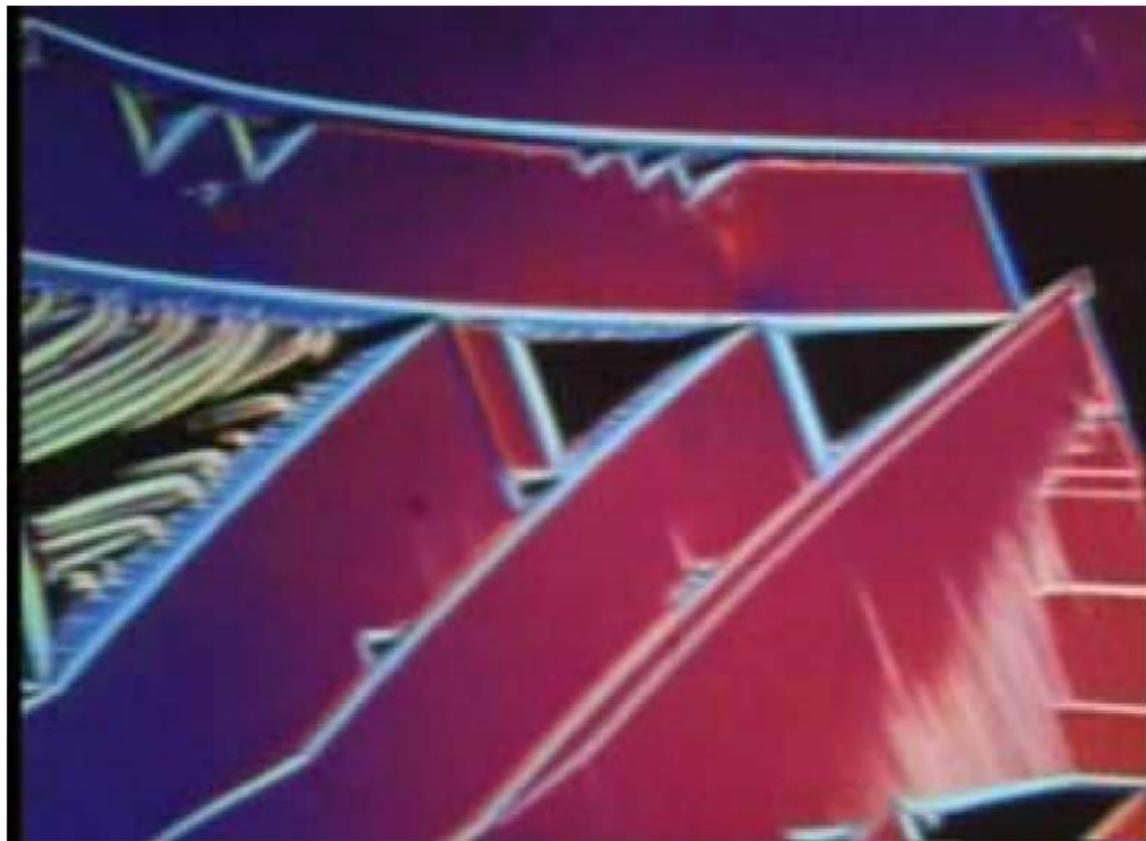


利用偏振光干涉看到的结冰过程

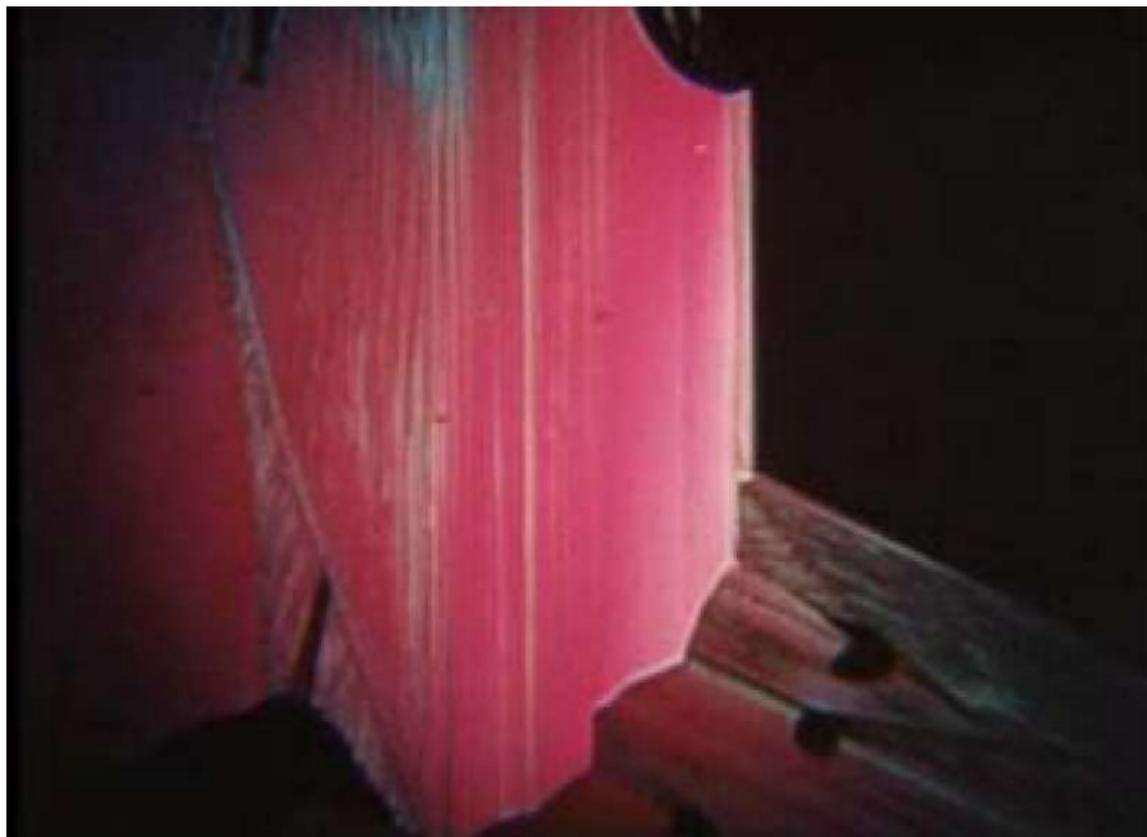
利用偏振光干涉看到的结冰过程



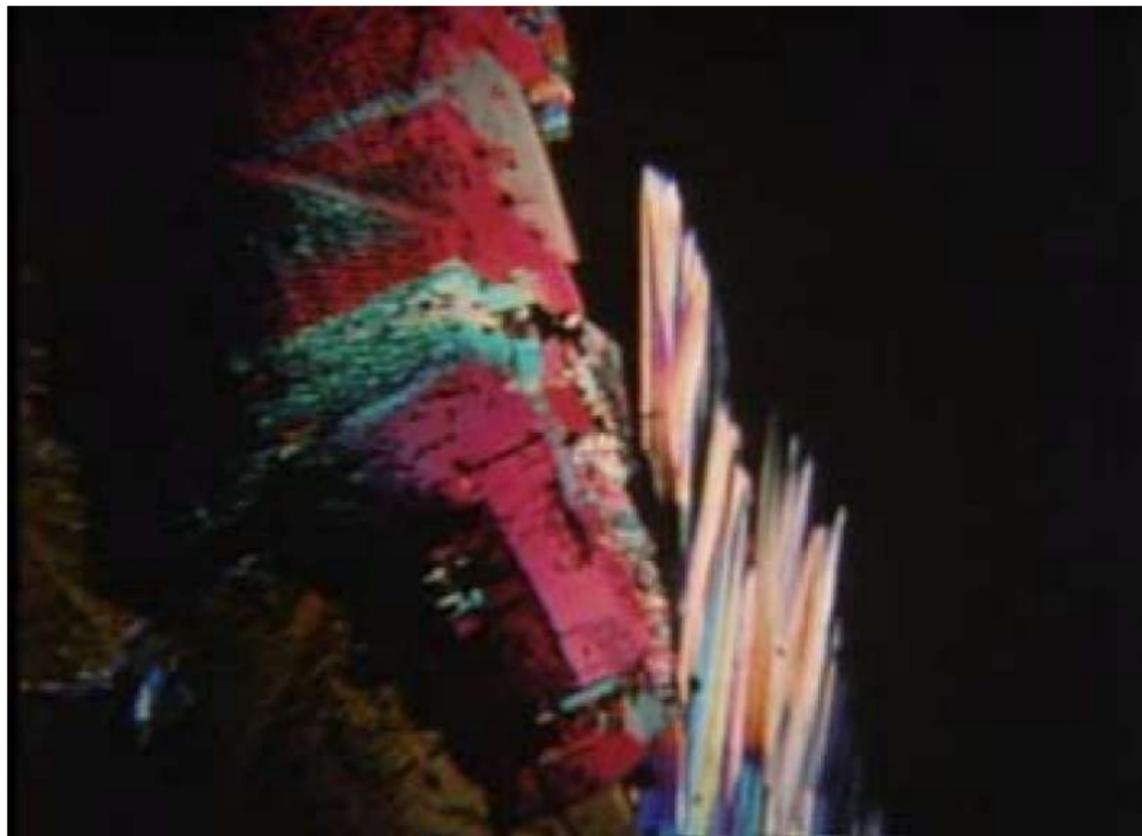
利用偏振光干涉看到的结冰过程



利用偏振光干涉看到的结冰过程



利用偏振光干涉看到的结冰过程



利用偏振光干涉看到的结冰过程

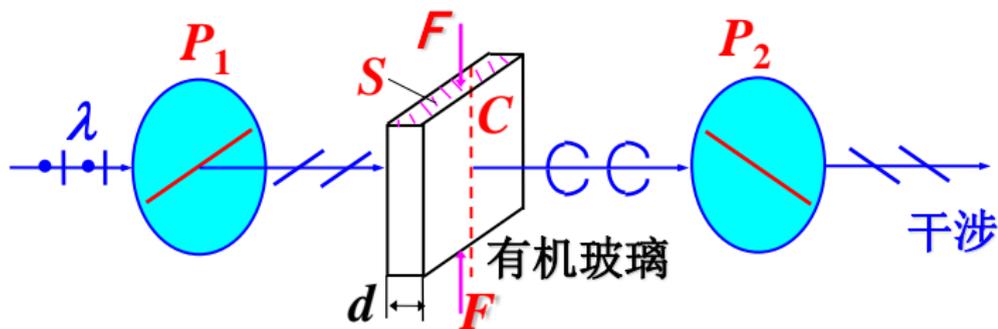


利用偏振光干涉看到的结冰过程



§ 4. 人工双折射

一. 光弹效应 (应力双折射效应)

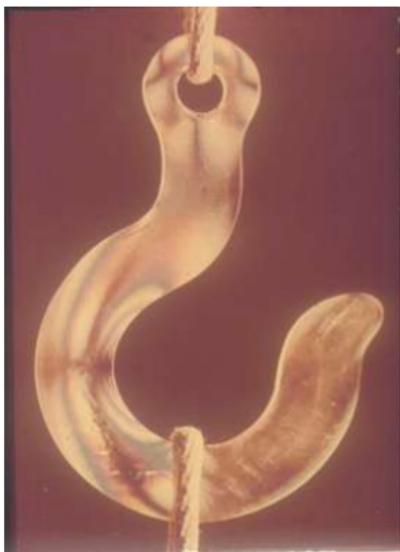


应力 \rightarrow 各向异性 $\rightarrow n$ 各向不同

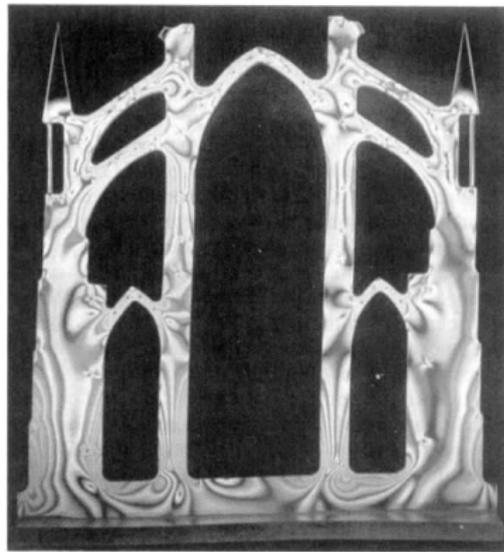
在一定应力范围内:
$$n_o - n_e = k \frac{F}{S}$$

各处F/S不同→各处 $\Delta\phi$ 不同→出现干涉条纹

钩钩的光弹图象



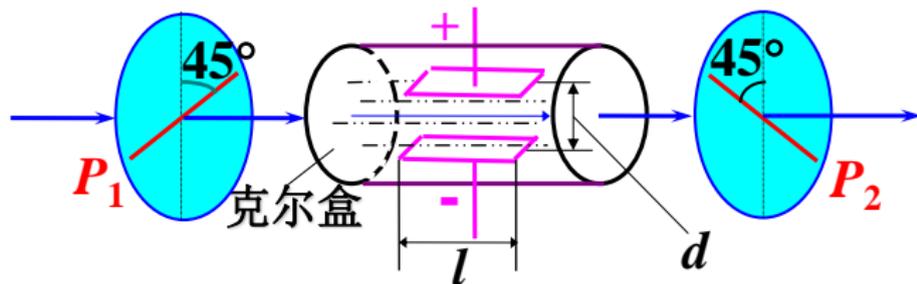
模型的光弹图象



光测弹性

二. 电光效应 (电致双折射效应)

1. 克尔效应 → 二次电光效应



盒内充某种液体，如硝基苯 ($C_6H_5NO_2$)

- ▲ 不加电场 → 液体各向同性 → P_2 不透光
- ▲ 加电场 → 各向异性分子取向有序，液体呈单轴晶体性质，光轴平行电场强度 → P_2 透光

$$n_o - n_e = \kappa E^2 = \kappa \frac{U^2}{d^2} \quad \kappa \text{ 克尔常数, } U \text{ 电压}$$

克尔效应引起的相位差为:

$$\Delta\varphi_\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)l = 2\pi l \frac{\kappa U^2}{\lambda d^2}$$

$\Delta\varphi_\kappa = \pi$ 克尔盒相当于半波片, P_2 透光最强 ??

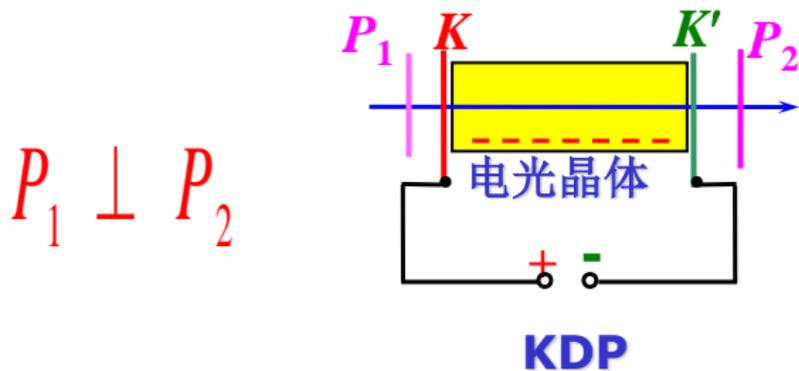
硝基苯:

$$\kappa = 1.44 \times 10^{-18} \text{ m}^2/\text{V}^2, l = 3\text{cm}, d = 0.8\text{cm}, \lambda = 600\text{nm}$$

$$U_\pi \approx 2 \times 10^4 \text{ V}$$

高速电光开关 1ns

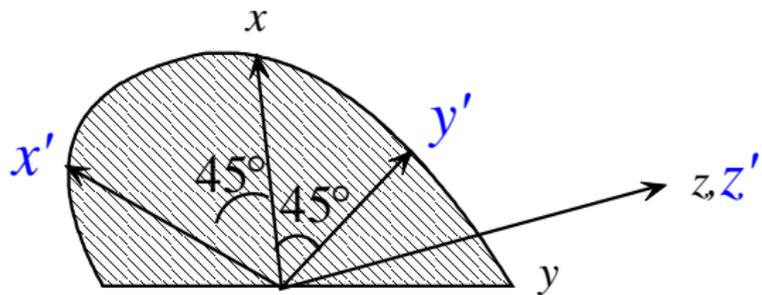
2. 泡克尔斯效应 → 线性电光效应



光传播方向与电场平行，电极K和K'透明，晶体是单轴晶体，光沿光轴传播方向。

▲ 不加电场 → P_2 不透光。

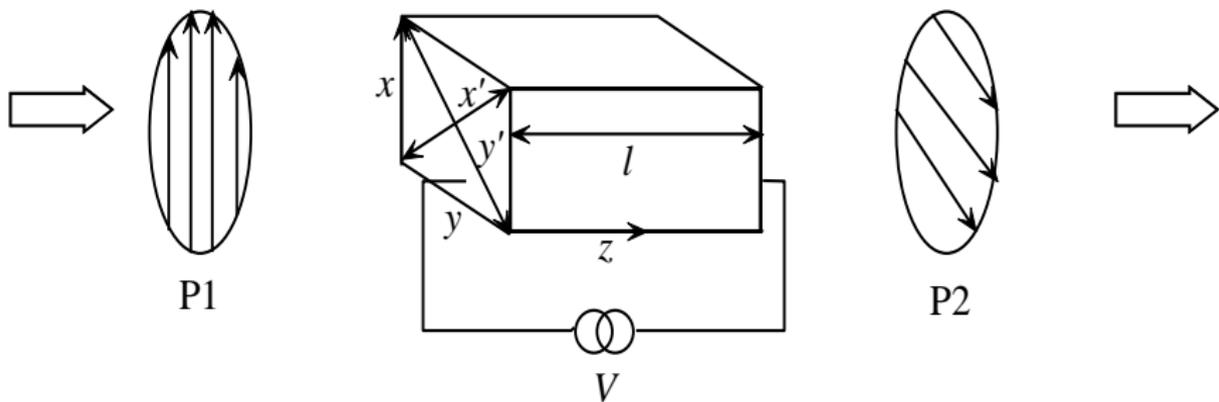
▲ 外加电场（沿光轴） → 晶体变双轴晶体 → 绕原光轴方向转动45度 $n_{x'} \neq n_{y'}$ 附加双折射效应 → P_2 透光



$$\left. \begin{aligned} n_{x'} &= n_o + \frac{1}{2} n_o^3 \gamma E_z \\ n_{y'} &= n_o - \frac{1}{2} n_o^3 \gamma E_z \end{aligned} \right\}$$

电致双折射主轴与原主轴的关系

γ 电光常数



(KDP晶体)光强度调制器的光路

泡克尔斯效应引起的相位差:

$$\Delta \varphi_p = \frac{2\pi}{\lambda} n_o^3 \gamma U$$

n_o -o光在晶体中的折射率; γ 电光常数; U 电压。

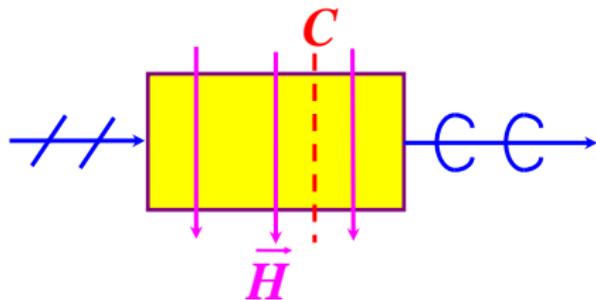
KH_2PO_4 (KDP)

$n_o = 1.51, \gamma = 10.6 \times 10^{-12} \text{ m/V}, \lambda = 532 \text{ nm}$

$$U_{\pi} \approx 7 \times 10^3 \text{ V}$$

3. 磁致双折射 (科顿—穆顿效应)

某些透明液体在磁场 H 作用下变为各向异性，性质类似于单轴晶体，光轴平行磁场。



$$|n_e - n_o| \propto H^2 \quad \text{二次效应}$$

需要很强的磁场才能观察到

§ 5. 旋光现象

一. 物质的旋光性

旋光现象： 1811年，法国物理学家**阿喇果（Arago）**发现，**线偏振光沿光轴方向**通过**石英**晶体时，其振动面发生旋转

除石英，氯酸钠、乳酸、松节油、糖的水溶液等也具有**旋光性**



旋转的角度：

$$\theta = \alpha l$$

α 旋光率

左旋物质 右旋物质

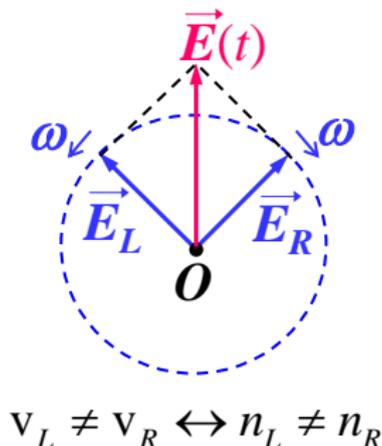
旋光异构体

实验表明，旋光率 α 与旋光物质和入射波长有关，对于溶液，还和旋光物质的浓度有关

石英对 $\lambda = 589\text{nm}$ 的黄光， $\alpha = 21.75^\circ/\text{mm}$ ；对 $\lambda = 408\text{nm}$ 的紫光， $\alpha = 48.9^\circ/\text{mm}$

二. 菲涅耳对旋光性的解释

线偏振光 (E, ω) 可看作是同频率 (ω)、等振幅 ($E/2$)、有确定相位差的左 (L)、右 (R) 旋圆偏振光的合成。



R

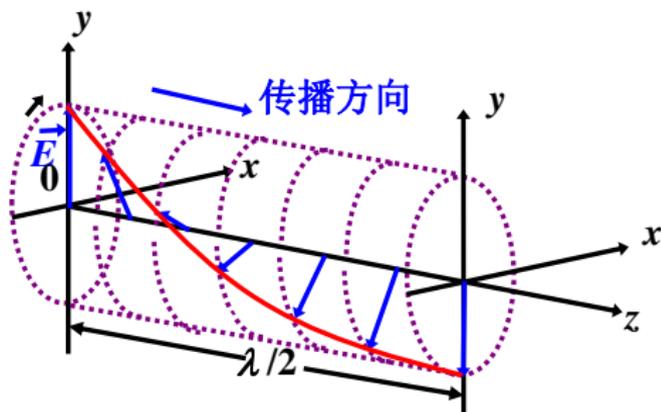
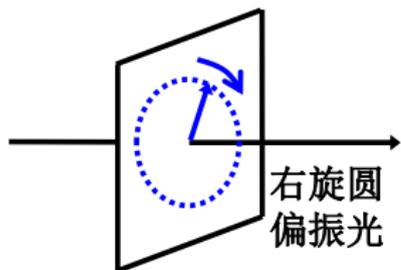
$$E_x(z, t) = \frac{E}{2} \cos(\omega t - k_R z - \pi/2)$$

$$E_y(z, t) = \frac{E}{2} \cos(\omega t - k_R z)$$

L

$$E_x(z, t) = \frac{E}{2} \cos(\omega t - k_L z + \pi/2)$$

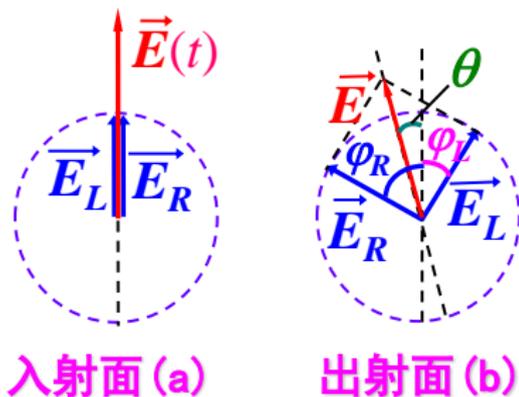
$$E_y(z, t) = \frac{E}{2} \cos(\omega t - k_L z)$$



某时刻右旋圆偏振光 \vec{E} 随 z 的变化

随时间左（右）旋的圆偏光在空间上呈现右（左）旋螺线。

光通过长为 L 旋光物质后, 在出射面上:



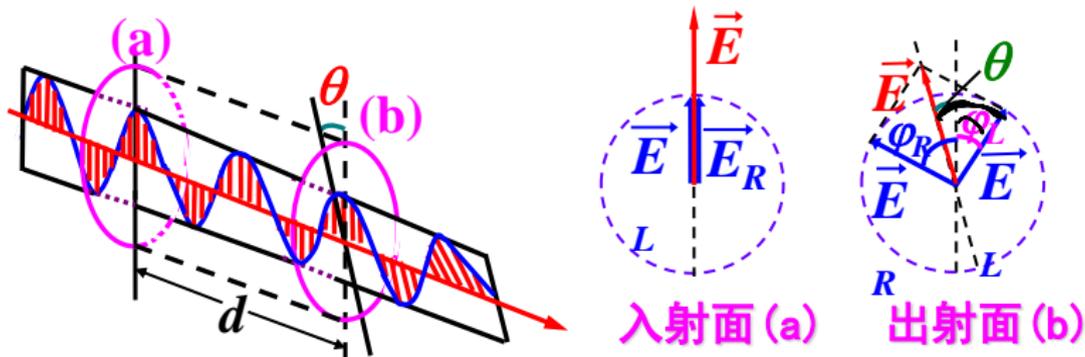
$$\begin{cases} \varphi_R = \frac{2\pi}{\lambda} n_R l > 0 \\ \varphi_L = \frac{2\pi}{\lambda} n_L l > 0 \end{cases}$$

设 $n_R > n_L$ (即 $\underline{v_L > v_R}$)

此物质为左旋体

则 $\varphi_R > \varphi_L$

左旋物质 $\Leftrightarrow n_L < n_R$; 右旋物质 $\Leftrightarrow n_L > n_R$



$$\theta = - \left\{ \frac{1}{2} [\varphi_R + \varphi_L] - \varphi_L \right\} = - \left\{ \frac{1}{2} [\varphi_R - \varphi_L] \right\}$$

$$= \frac{\pi}{\lambda} (n_L - n_R) \cdot l$$

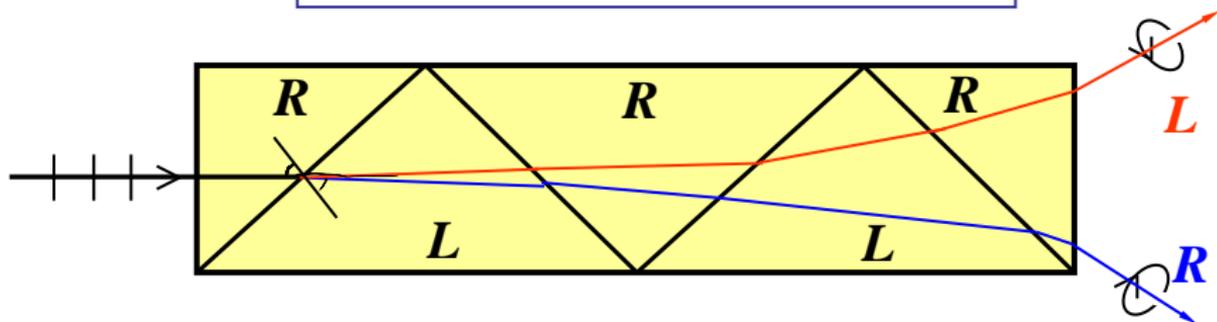
令 $\theta = \alpha \cdot l \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{\lambda} (n_L - n_R)$ —旋光率

这既解释了旋光现象，又说明了旋光率 α 与物质（由 n_R 和 n_L 反映）和入射波长有关。

左旋物质 $\Leftrightarrow n_L < n_R$; 右旋物质 $\Leftrightarrow n_L > n_R$

菲涅耳进行了如下实验，证实了自己的解释。用左旋型（ L ）和右旋型（ R ）的**石英**棱镜交替胶合成多级组合棱镜

左旋物质 $\Leftrightarrow n_L < n_R$; 右旋物质 $\Leftrightarrow n_L > n_R$



旋光效应导致一束平面偏振光被分解为两束圆偏振光，因而也是一种双折射效应——**圆双折射效应**。

量糖术

对旋光溶液有

$$\theta = [\alpha] \cdot C \cdot l$$

$[\alpha] \cdot C$ 溶液的旋光率; C 溶液的浓度;

$[\alpha]$ 溶液的比旋光率

“量糖计”可分析旋光（同分）异构体的成分，广泛用在化学和制药等工业中。

氯霉素天然品为左旋，合成品为左右旋各半，称合霉素，其中只左旋有疗效（左霉素），疗效同天然品。

四. 磁致旋光 (法拉第效应)



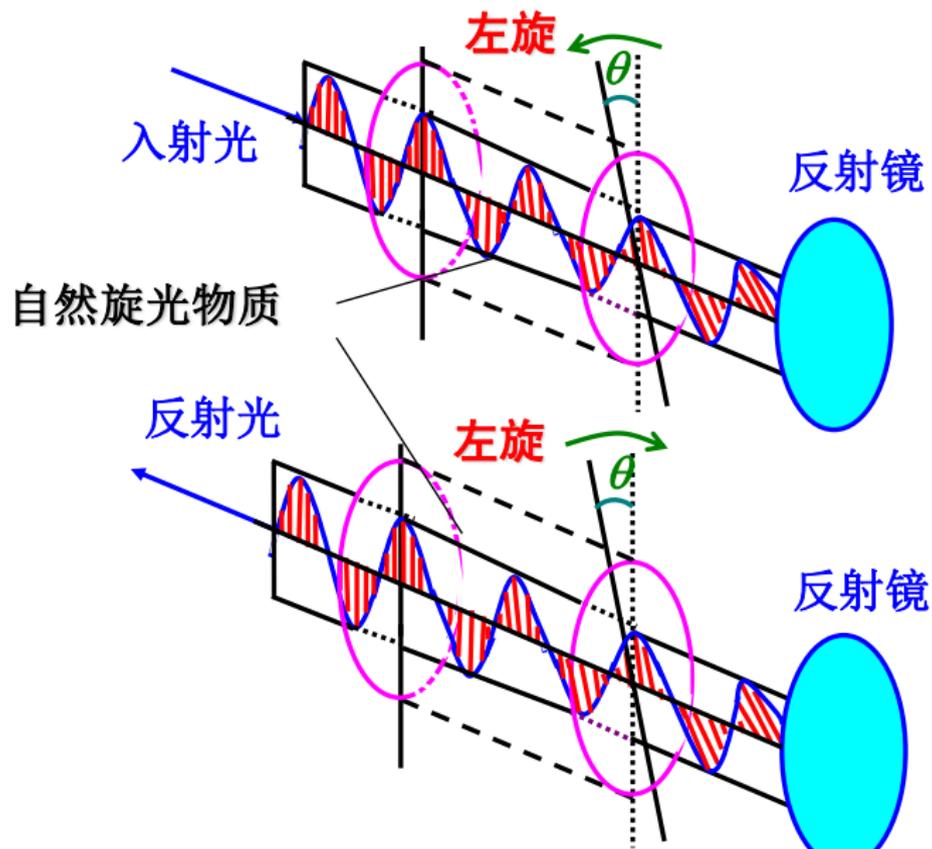
水、二硫化碳、
食盐、乙醇等

$$\theta = V \cdot l \cdot B$$

V — 韦尔代常数

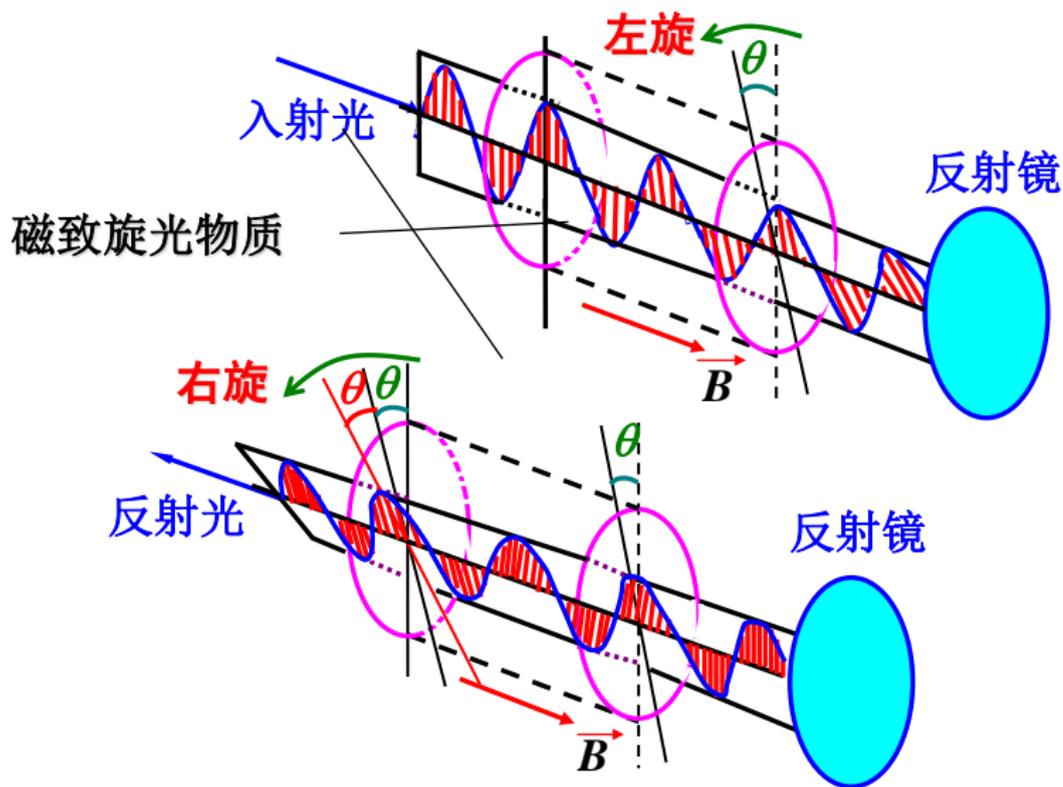
正旋体：顺着磁场方向看，顺时针转动 负旋体

对自然旋光物质，振动面的左旋或右旋（迎着光看）是由旋光物质与光的传播方向决定的

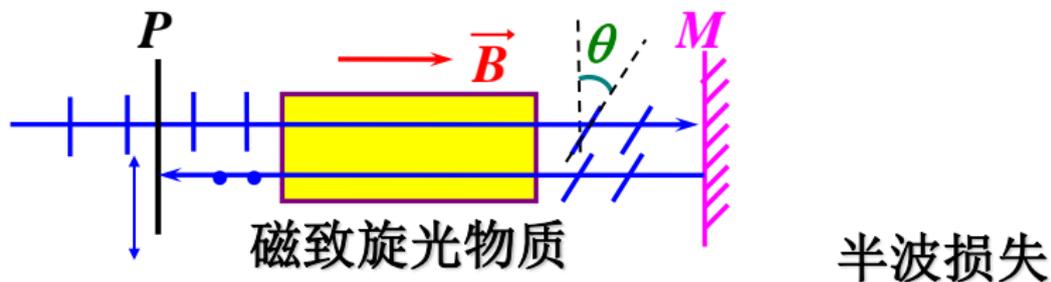


对磁致旋光物质，

正旋体：顺着磁场方向看，顺时针转动 负旋体



磁光隔离器：



令 $\theta = 45^\circ$ ，则 $2\theta = 90^\circ$ ，反射光通不过 P ，这样可以消除反射光的干扰。