

中国科学技术大学

科目名称：数值分析

学生所在系：_____ 姓名：_____ 学号：_____

1. (15分)

考虑函数 $f(x)$, 取 $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2, f(x_0) = 2, f(x_1) = 0, f(x_2) = 2, f(x_3) = 3$.

(a) (10分) 做出 $f(x)$ 关于 $\{x_i\}_{i=0}^3$ 的差商表。

(b) (5分) 给出关于点 $\{x_i, f(x_i)\}_{i=0}^2$ 的Newton插值多项式。

2. (15分)

某函数 f , 利用 $x = -2, -1, 0, 1, 2$ 的值得到了如下的四阶插值多项式:

$$p_4(x) = 5 + 4x + 3x^2 + 2x^3 + x^4$$

但是后来发现这一计算结果有误. 函数 f 在 $x = 0$ 处的值应该为 $y = 3$, 而不是之前的 $y = 5$. 在其他点 $x = -2, -1, 1, 2$ 的值仍然是正确的. 请写出纠正后的插值多项式, 形式如下

$$p_4^c(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5.$$

3. (20分) 为了使下述积分公式四阶代数精度, 等号右端的组合系数应当取值多少?

$$\int_{-1}^1 f(x)dx \approx A_1f(-1) + A_2f(-1/4) + A_3f(0) + A_4f(1/4) + A_5f(1).$$

如积分区间变为 $[a, b]$, 请给出积分

$$\int_a^b f(x)dx$$

的相应数值积分公式。

4. (20分) 给定 $f(x) = x^5$

(a) (10分) 给出三次插值多项式 $p_3(x)$, 满足 $p_3(0) = f(0), p_3'(0) = f'(0), p_3(a) = f(a), p_3'(a) = f'(a)$.

(b) (10分) 给出 $f(x) - p(x)$ 的误差表达式, 证明误差表达式中 $\xi_x = \frac{1}{5}(x + 2a)$.

5. (15分)

对如下数据作形如 ae^{bx} 的曲线拟合

x_i	1	2	3	4	5
y_i	2	3	5	7	8

6. (15分) 设 $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, 如何选择实数 a, b, c 的值, 使得 $p(x)$ 对如下数据的 L^2 误差最小

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	-1	3	-2	5	-3	4	3	2